Spé Maths
Terminale

Limites « d'une fonction f »

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

GENDARMES 6

CORRECTION

Déterminons la limite de f en $-\infty$:

Ici: $f(x) = \dfrac{2x + 3\cos(5x)}{3 - 2x}$, pour tout $x \in \left]-\infty; \dfrac{3}{2}\right[$.

D'après le cours, nous savons que: $\cos(5x) \in [-1; 1]$.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire: $-1 \leqslant \cos(5x) \leqslant 1$

$$\Longleftrightarrow 2x - 3 \leqslant 2x + 3\cos(5x) \leqslant 2x + 3$$

$$\Longleftrightarrow \frac{2x-3}{3-2x} \leqslant \frac{2x + 3\cos(5x)}{3-2x} \leqslant \frac{2x+3}{3-2x}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{2x-3}{3-2x} \leqslant f(x) \leqslant \frac{2x+3}{3-2x}.$$

Or: • $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x-3}{3-2x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x}{-2x} = -1$

• $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x+3}{3-2x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x}{-2x} = -1.$

Ainsi, d'après le théorème des gendarmes, nous pouvons affirmer que:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1.$$