Spé Maths
Terminale

Limites « d'une fonction f »

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

GENDARMES 3

CORRECTION

Déterminons la limite de f en $+\infty$:

Ici: $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{1 + x^2}$, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

D'après le cours, nous savons que: $\sin(x) \in [-1; 1]$.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire: $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$

$$\Longleftrightarrow \frac{-1}{1+x^2} \leqslant \frac{\sin(x)}{1+x^2} \leqslant \frac{1}{1+x^2}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{-1}{1+x^2} \leqslant f(x) \leqslant \frac{1}{1+x^2}.$$

Or: • $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-1}{1+x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-1}{x^2\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-1}{x^2} = 0$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{1+x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x^2\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0.$

Ainsi, d'après le théorème des gendarmes, nous pouvons affirmer que:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0.$$