

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Étudions la limite en $+\infty$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$, pour tout $x \in]-1; +\infty[$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$\begin{aligned} \text{Or: } \sqrt{x^2 - 1} &= \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} \\ &= x \times \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \quad (x \neq 0). \end{aligned}$$

$$\text{Et: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2} = 0^-.$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x \times \sqrt{1 + 0^-}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x}$$

$$= 1.$$

2. Concluons:

Comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$: la courbe représentative de f admet

une asymptote horizontale en $+\infty$. Il s'agit de la droite d'équation $y = l$.