

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Calculons la limite de f en $a = 0$:

Ici: $f(x) = x + 1 + \frac{\sqrt{x^2}}{2}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Distinguons deux cas:

1^{er} cas: quand x tend vers 0^-

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} x + 1 + \frac{\sqrt{x^2}}{2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} x + 1 + \frac{|x|}{2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} x + 1 - \frac{x}{2} \quad (|x| = -x \text{ car } x < 0) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{2} + 1 \\ &= 1. \end{aligned}$$

2^e cas: quand x tend vers 0^+

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} x + 1 + \frac{\sqrt{x^2}}{2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} x + 1 + \frac{|x|}{2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} x + 1 + \frac{x}{2} \quad (|x| = x \text{ car } x > 0) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x}{2} + 1 \\
 &= 1.
 \end{aligned}$$

En conclusion:

- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$.