

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Étudions la limite de f en $+\infty$:

Ici: $f(x) = -x^3 + 75x + 7$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 + 75x + 7 \\ &= (-\infty) + (+\infty) + 7.\end{aligned}$$

Il s'agit d'une forme indéterminée.

$$\text{Or: } f(x) = -x^3 + 75x + 7 \iff f(x) = x^3 \left(-1 + \frac{75}{x^2} + \frac{7}{x^3} \right). \quad (x \neq 0)$$

$$\text{Et: } \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{75}{x^2} = 0^+$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7}{x^3} = 0^+.$$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = (+\infty) \times (-1 + 0^+ + 0^+) = -\infty$.

2. Étudions la limite de f en $-\infty$:

Ici: $f(x) = -x^3 + 75x + 7$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 + 75x + 7 \\ &= (+\infty) + (-\infty) + 7. \end{aligned}$$

Il s'agit d'une forme indéterminée.

$$\text{Or: } f(x) = -x^3 + 75x + 7 \iff f(x) = x^3 \left(-1 + \frac{75}{x^2} + \frac{7}{x^3} \right). \quad (x \neq 0)$$

$$\text{Et: } \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{75}{x^2} = 0^+$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7}{x^3} = 0^-.$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = (-\infty) \times (-1 + 0^+ + 0^-) = +\infty.$$