

www.freemaths.fr

# Spé Maths

## Terminale

Limites « d'une fonction  $f$  »



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

1. Étudions la limite en  $+\infty$  de la fonction  $f$ :

Ici:  $f(x) = \frac{9x^9 - 18x^2 + 6}{3x^2 + 8}$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^9 - 18x^2 + 6}{3x^2 + 8}$$

Or:  $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 9x^9 - 18x^2 + 6 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^9 \left( 9 - \frac{18}{x^7} + \frac{6}{x^9} \right)$

$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 8 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( 3 + \frac{8}{x^2} \right)$ .

Et:  $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-18}{x^7} = 0^-$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x^9} = 0^+$

$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{x^2} = 0^+$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^9 (9 + 0^- + 0^+)}{x^2 (3 + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^9}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^7$$

$$= +\infty.$$

2. Étudions la limite en  $-\infty$  de la fonction  $f$ :

Ici:  $f(x) = \frac{9x^9 - 18x^2 + 6}{3x^2 + 8}$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^9 - 18x^2 + 6}{3x^2 + 8}.$$

Or: •  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 9x^9 - 18x^2 + 6 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^9 \left( 9 - \frac{18}{x^7} + \frac{6}{x^9} \right)$

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 + 8 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left( 3 + \frac{8}{x^2} \right).$

Et: •  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-18}{x^7} = 0^+$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6}{x^9} = 0^-$

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x^2} = 0^+.$

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^9 (9 + 0^+ + 0^-)}{x^2 (3 + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^9}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^7$$

$$= -\infty.$$