Spé Maths
Terminale

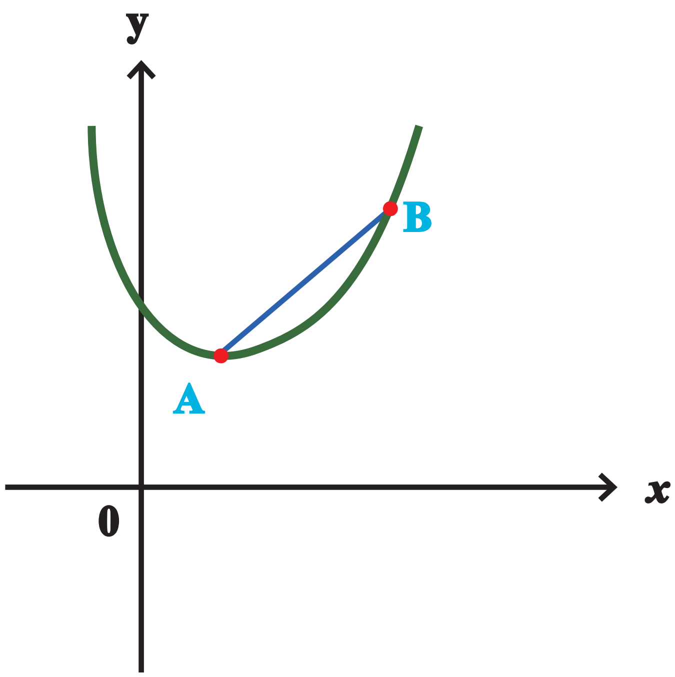
Convexité & Concavité

MINI COURS

A. Fonctions convexes et concaves :

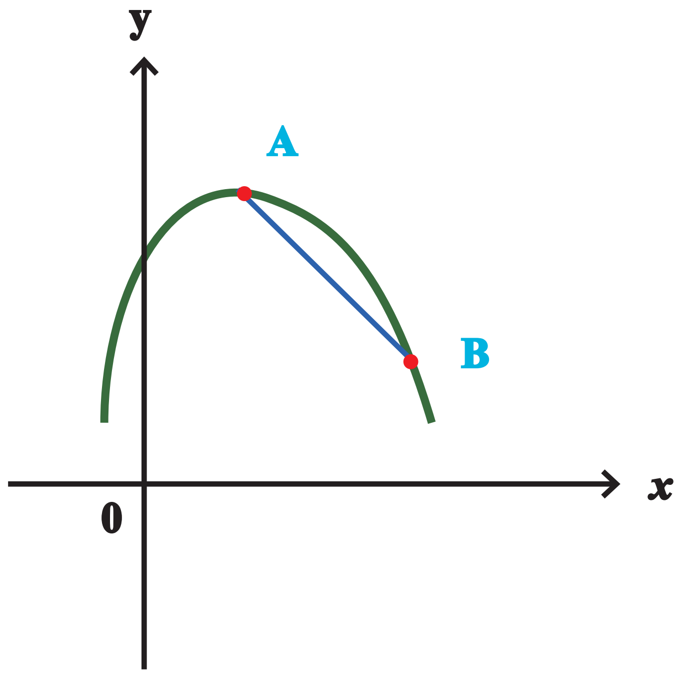
1. Définition fonction convexe :

f est **convexe** sur un intervalle I si, pour tous réels a et b de I, la portion de la courbe représentative de f située entre les points A (a ; f (a)) et B (b ; f (b)) est **en dessous de la sécante (AB).**



2. Définition fonction concave :

f est **concave** sur un intervalle I si, pour tous réels a et b de I, la portion de la courbe représentative de f située entre les points A (a ; f (a)) et B (b ; f (b)) est **au dessus de la sécante (AB).**



B. Fonctions convexes ou concaves :

Soit f une fonction définie et deux fois dérivables sur un intervalle I.

1. Fonction convexe :

- f est convexe sur l'intervalle I ssi: $f''(x) \geqslant 0$, pour tout $x \in$ I.

- f est strictement convexe sur l'intervalle I ssi: $f''(x) > 0$, pour tout $x \in$ I.

2. Fonction concave :

- f est concave sur l'intervalle I ssi: $f''(x) \leqslant 0$, pour tout $x \in$ I.

- f est strictement concave sur l'intervalle I ssi: $f''(x) < 0$, pour tout $x \in$ I.

3. Propriétés :

Soient f une fonction et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

Soit I un intervalle sur lequel f est dérivable.

• sur I, f est convexe ssi: $\mathcal{C}$ est au-dessus de toutes ses tangentes.

• sur I, f est concave ssi: $\mathcal{C}$ est au-dessous de toutes ses tangentes.

C. Point d'inflexion :

Soit f une fonction définie et deux fois dérivables sur un intervalle I et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

Soit " a " un réel appartenant à I.

• Si f' change de sens de variation en a, alors $\mathcal{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse : $x = a$.

• Si f'' s'annule et change de signe en a, alors $\mathcal{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse : $x = a$.