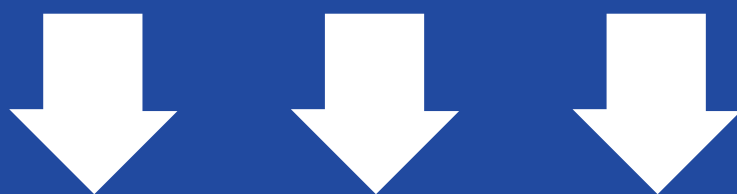


[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

**Convexité & Concavité**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## POINT D'INFLEXION

3

## CORRECTION

1. Calculons  $f'(x)$  et  $f''(x)$  sur  $]0; +\infty[$ :

Ici:  $f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}$ , pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ .

D'après l'énoncé  $f$  est deux fois dérivable sur  $]0; +\infty[$ .

Dans ces conditions, nous pouvons calculer  $f'$  et  $f''$  pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ :

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= \frac{\left(\frac{1}{x}\right) \times (x) - (1 + \ln(x)) \times (1)}{x^2} \\ &= \frac{-\ln(x)}{x^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f''(x) &= \frac{-\left(\frac{1}{x}\right) \times (x^2) + (\ln(x)) \times (2x)}{x^4} \\ &= \frac{2 \ln(x) - 1}{x^3}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{-\ln(x)}{x^2}$  et  $f''(x) = \frac{2 \ln(x) - 1}{x^3}$ .

## 2. La courbe représentative de $f$ admet-elle un point d'inflexion ?

Soient  $f$  une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle  $I$  et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative.

Soit " $a$ " un réel appartenant à  $I$ .

Si  $f''$  s'annule et change de signe en  $a$ , alors  $\mathcal{C}$  admet un point d'inflexion au point d'abscisse:  $x = a$ .

Ici, pour tout  $x \in ]0; +\infty[$ :  $f''(x) = \frac{2 \ln(x) - 1}{x^3}$ .

Distinguons 2 cas:

• 1<sup>er</sup> cas:  $f''(x) \geq 0$ .

$$f''(x) \geq 0 \text{ ssi } \frac{2 \ln(x) - 1}{x^3} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \ln(x) - 1 \geq 0$$

$$\text{cad ssi: } x \geq e^{1/2}.$$

• 2<sup>e</sup> cas:  $f''(x) \leq 0$ .

$$f''(x) \leq 0 \text{ ssi } \frac{2 \ln(x) - 1}{x^3} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \ln(x) - 1 \leq 0$$

$$\text{cad ssi } x \leq e^{1/2}.$$

Dans ces conditions: en  $x = e^{1/2}$ ,  $f''$  s'annule en changeant de signe.

Ainsi, la courbe  $\mathcal{C}$  admet un point d'inflexion au point d'abscisse  $x = 1$ .