

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Convexité & Concavité



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

POINT D'INFLEXION

2

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$ et $f''(x)$ sur \mathbb{R} :

Ici: $f(x) = 9x^2(1 - 2\ln(x))$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.

D'après l'énoncé f est deux fois dérivable sur $]0; +\infty[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' et f'' pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= (18x) \times (1 - 2\ln(x)) + (9x^2) \times \left(\frac{-2}{x}\right) \\ &= -36x \ln(x). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f''(x) &= (-36) \times (\ln(x)) + (-36x) \times \left(\frac{1}{x}\right) \\ &= -36(\ln(x) + 1). \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$$f'(x) = -36x \ln(x) \text{ et } f''(x) = -36(\ln(x) + 1).$$

2. La courbe représentative de f admet-elle un point d'inflexion ?

Soient f une fonction définie et deux fois dérivables sur un intervalle I et \mathcal{C} sa courbe représentative.

Soit " a " un réel appartenant à I .

Si f'' s'annule et change de signe en a , alors \mathcal{C} admet un point d'inflexion au point d'abscisse: $x = a$.

Ici, pour tout $x \in]0; +\infty[$: $f''(x) = -36(\ln(x) + 1)$.

Distinguons 2 cas:

• 1^{er} cas: $f''(x) \geq 0$.

$f''(x) \geq 0$ ssi $-36(\ln(x) + 1) \geq 0$ cad ssi: $x \leq e^{-1}$.

• 2^e cas: $f''(x) \leq 0$.

$f''(x) \leq 0$ ssi $-36(\ln(x) + 1) \leq 0$ cad ssi: $x \geq e^{-1}$.

Dans ces conditions: en $x = e^{-1}$, f'' s'annule en changeant de signe.

Ainsi, la courbe \mathcal{C} admet un point d'inflexion au point d'abscisse $x = e^{-1}$.