

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

**Convexité & Concavité**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# ÉTUDIER LA CONVEXITÉ

2

## CORRECTION

1. Calculons  $f'(x)$  et  $f''(x)$  sur  $[-10; 5]$ :

Ici:  $f(x) = (x - 5)e^{0,2x} + 5$ , pour tout  $x \in [-10; 5]$ .

D'après l'énoncé  $f$  est deux fois dérivable sur  $[-10; 5]$ .

Dans ces conditions, nous pouvons calculer  $f'$  et  $f''$  pour tout  $x \in [-10; 5]$ :

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= (1) \times (e^{0,2x}) + (x - 5) \times (0,2e^{0,2x}) \\ &= 0,2xe^{0,2x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f''(x) &= (0,2 \times 1) \times (e^{0,2x}) + (0,2x) \times (0,2e^{0,2x}) \\ &= (0,2 + 0,04x)e^{0,2x}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in [-10; 5]$ :

$$f'(x) = 0,2xe^{0,2x} \text{ et } f''(x) = (0,2 + 0,04x)e^{0,2x}.$$

2. Étudions le sens de variation de  $f$  et dressons le tableau de variation:

a. Sens de variation de  $f$ :

Nous allons distinguer 2 cas pour tout  $x \in [-10; 5]$ :

- 1<sup>er</sup> cas:  $f'(x) \leq 0$ .

$$f'(x) \leq 0 \text{ ssi } 0,2x \leq 0 \text{ cad ssi: } x \leq 0 \quad (e^{0,2x} > 0).$$

- 2<sup>e</sup> cas:  $f'(x) \geq 0$ .

$$f'(x) \geq 0 \text{ ssi } 0,2x \geq 0 \text{ cad ssi: } x \geq 0 \quad (e^{0,2x} > 0).$$

Ainsi: •  $f$  est décroissante sur  $[-10; 0]$ ,

•  $f$  est croissante sur  $[0; 5]$ .

b. Tableau de variation de  $f$ :

Nous avons le tableau de variation suivant:

$x$	-10	0	5
$f'$	-	0	+
$f$	$a$	$b$	$c$

Avec: •  $a = -15e^{-2} + 5$ ,

•  $b = 0$ ,

•  $c = 5$ .

3. Étudions la convexité de la fonction  $f$ :

D'après le cours: •  $f$  est concave sur un intervalle  $I$  ssi:

$$\text{pour tout } x \in I, f''(x) \leq 0.$$

•  $f$  est convexe sur un intervalle  $I'$  ssi:

$$\text{pour tout } x \in I', f''(x) \geq 0.$$

Or ici, pour tout  $x \in [-10; 5]$ :  $f''(x) = (0,2 + 0,04x) e^{0,2x}$ :

Dans ces conditions: •  $f''(x) \leq 0$  ssi:  $0,2 + 0,04x \leq 0$  cad:  $x \leq -5$ ,

•  $f''(x) \geq 0$  ssi:  $0,2 + 0,04x \geq 0$  cad:  $x \geq -5$ .

( car pour tout  $x \in \mathbb{R}, e^{0,2x} > 0$  )

Ainsi: •  $f$  est concave sur  $I = [-10; -5]$ ,

•  $f$  est convexe sur  $I' = [-5; 5]$ .