

www.freemaths.fr

Maths Expertes Terminale

Nombres Complexes
Équations Polynomiales



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

$$z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0$$

CORRECTION

Réolvons dans \mathbb{C} l'équation $z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0$:

Étape 1: on trouve une racine évidente.

"1" est une racine évidente car: $(1)^3 - 3 \times (1)^2 + 4 \times (1) - 2 = 0$.

Étape 2: on réécrit l'équation $z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0$.

$$z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0 \iff (z - 1)(az^2 + bz + c) = 0.$$

Étape 3: on détermine a , b et c .

$$(z - 1)(az^2 + bz + c) = 0 \iff az^3 + bz^2 + cz - az^2 - bz - c = 0$$

$$\iff az^3 + (b - a)z^2 + (c - b)z - c = 0.$$

Par identification avec l'équation d'origine, nous avons:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b - a = -3 \\ c - b = 4 \\ -c = -2 \end{cases} \text{ cad } \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$$

Dans ces conditions: $z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0 \Leftrightarrow (z - 1)(z^2 - 2z + 2) = 0$.

Étape 4: on résout l'équation du second degré $z^2 - 2z + 2 = 0$.

Calculons $\Delta = b^2 - 4ac$.

Ici: $a = 1, b = -2$ et $c = 2$.

D'où: $\Delta = -4$.

Or: $-4 = (2i)^2$.

D'où deux solutions dans \mathbb{C} : $\bullet z_1 = \frac{2 - 2i}{2}$ cad $z_1 = 1 - i$,

$\bullet z_2 = \frac{2 + 2i}{2}$ cad $z_2 = 1 + i$.

Conclusion:

L'équation $z^3 - 3z^2 + 4z - 2 = 0$ admet trois solutions dans \mathbb{C} qui sont:

$\bullet z_1 = 1 - i$,

$\bullet z_2 = 1 + i$,

$\bullet z_3 = 1$.