

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes Terminale

Nombres Complexes  
Équations Polynomiales



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# POLYNÔME DE DEGRÉ 3

1

## CORRECTION

1. Vérifions que "8" est solution de l'équation  $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$ :

"8" est solution de l'équation  $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$  ssi:

$$(8)^3 - 12 \times (8)^2 + 48 \times (8) - 128 = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{Or: } (8)^3 - 12 \times (8)^2 + 48 \times (8) - 128 &= 8 \times 64 - 12 \times 64 + 6 \times 64 - 128 \\ &= 2 \times 64 - 128 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Ainsi: "8" est bien une solution évidente de l'équation.

2. Résolvons l'équation  $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$  dans  $\mathbb{C}$ :

$$z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0 \Leftrightarrow (z - 8)(az^2 + bz + c) = 0.$$

• Déterminons  $a$ ,  $b$  et  $c$ :

$$\begin{aligned} (z - 8)(az^2 + bz + c) = 0 &\Leftrightarrow az^3 + bz^2 + cz - 8az^2 - 8bz - 8c = 0 \\ &\Leftrightarrow az^3 + (b - 8a)z^2 + (c - 8b)z - 8c = 0. \end{aligned}$$

Par identification avec l'équation d'origine, nous avons:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b - 8a = -12 \\ c - 8b = 48 \\ -8c = -128 \end{cases} \quad \text{cad} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -4. \\ c = 16 \end{cases}$$

Dans ces conditions:  $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0 \Leftrightarrow (z - 8)(z^2 - 4z + 16) = 0$ .

• Déterminons les racines de l'équation  $z^2 - 4z + 16 = 0$ :

Calculons  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

Ici:  $a = 1, b = -4$  et  $c = 16$ .

D'où:  $\Delta = -48$ .

Or:  $-48 = (4\sqrt{3}i)^2$ .

D'où deux solutions dans  $\mathbb{C}$ : •  $z_1 = \frac{4 - 4\sqrt{3}i}{2}$  cad  $z_1 = 2 - (2\sqrt{3})i$ ,

•  $z_2 = \frac{4 + 4\sqrt{3}i}{2}$  cad  $z_2 = 2 + (2\sqrt{3})i$ .

**Conclusion:**

L'équation  $z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$  admet trois solutions dans  $\mathbb{C}$  qui sont:

•  $z_1 = 2 - (2\sqrt{3})i$ ,

•  $z_2 = 2 + (2\sqrt{3})i$ ,

•  $z_3 = 8$ .