Maths Expertes
Terminale

Divisibilité
Division euclidienne

MINI COURS

A. Divisibilité dans $\mathbb{Z}$:

1. Définition :

Soit a et b deux entiers relatifs, avec $b \neq 0$.

On dit que b divise a, et on note $b|a$, ssi il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que:

$$a = k \cdot b.$$

2. Exemple :

$21 = 3 \times 7$, donc 3 et 7 sont des diviseurs de 21.

Les diviseurs de 21 dans $\mathbb{N}$ sont: 1, 3, 7, 21.

Donc, nous pouvons écrire: $1|21$, $3|21$, $7|21$ et $21|21$.

3. Vocabulaire :

On dit:
- " b est un diviseur de a "
- " a est divisible par b "
- " a est un multiple de b ".

4. Propriétés :

- Soit " a " et " b " deux entiers relatifs, avec $b \neq 0$:

$$a|b \iff (-a)|b \iff a|(-b) \iff (-a)|(-b).$$

- Soit " a " et " b " deux entiers relatifs, avec $b \neq 0$:

→ Si " b " divise " a " alors les multiples de " a " sont des multiples de " b ",

→ Si " b " divise " a " alors les diviseurs de " b " sont des diviseurs de " a ".

• Soit " a ", " b " et " c " des entiers relatifs, avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$:

→ Si " a " divise " b " et " b " divise " c ", alors " a " divise " c ",

→ Si " a " divise " b " et " c " alors, " a " divise toute combinaison linéaire de " b " et de " c " cad $\alpha \cdot b + \beta \cdot c$ (α et $\beta \in \mathbb{Z}$).

B. Division euclidienne :

1. Définition :

Soit a un entier relatif et b un entier naturel non nul.

On appelle division euclidienne de a par b l'opération qui, au couple (a ; b), associe l'unique couple d'entiers relatifs (q ; r) tel que:

$$a = bq + r, \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant r < b.$$

2. Vocabulaire :

• a = dividende

• b = diviseur

• q = quotient

• r = reste.

3. Exemple :

La division euclidienne de 73 par 7 est:

$$\begin{array}{r|l} 73 & 7 \\ \hline 03 & 10 \\ 3 & \end{array}$$

- **73 est le dividende**
- **7 est le diviseur**
- **10 est le quotient**
- **3 est le reste.**