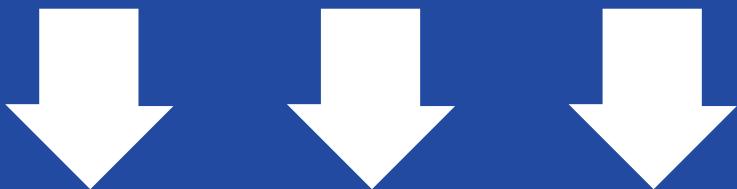


Maths Expertes

Terminale

La congruence



MINI COURS

A. Congruence dans \mathbb{Z} :

1. Définition :

Soient a et b deux entiers relatifs et n un entier naturel non nul.

On dit que " a " est congru à " b " modulo " n " quand:

" $a - b$ " est un multiple de " n ".

2. Notations :

- $a \equiv b \pmod{n}$
- $a \equiv b \pmod{n}$.

3. Exemples :

- $15 \equiv 7 \pmod{2}$
- $21 \equiv 0 \pmod{7}$
- $-5 \equiv -1 \pmod{4}$ ($-5 - (-1) = -1 \times 4$).

B. Propriétés 1 :

Soient a , b et c trois entiers relatifs et n un entier naturel non nul.

- $a \equiv 0 \pmod{n}$ ssi: **a est divisible par n**
- $a \equiv a \pmod{n}$
- **r est le reste de la division euclidienne de a par n** ssi:

$$a \equiv r [n] \text{ et } 0 \leq r < n$$

- si $a \equiv b [n]$ et $b \equiv c [n]$, alors: $a \equiv c [n]$.

C. Propriétés 2:

Soient a, b, c et d des entiers relatifs et n un entier naturel non nul.

- si $a \equiv b [n]$, alors: $a + c \equiv b + c [n]$
- si $a \equiv b [n]$ et $c \equiv d [n]$, alors: $a + c \equiv b + d [n]$
- si $a \equiv b [n]$, alors: $ac \equiv bc [n]$
- si $a \equiv b [n]$ et $c \equiv d [n]$, alors: $ac \equiv bd [n]$
- si $a \equiv b [n]$, alors: $a^p \equiv b^p [n] \quad (p \in \mathbb{N}^*)$.