www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Suites Numériques

MINI COURS

A. Suites numériques :

1. Définition :

Une suite numérique (U_n) est une fonction qui, à tout entier naturel n, associe un nombre réel.

2. Remarques :

- **L'ensemble de définition d'une suite est $\mathbb{N}$.**
- **U_n s'appelle le terme général de la suite (U_n).**

3. Suite définie explicitement :

- **Une suite (U_n) est définie par une formule explicite lorsque U_n est exprimé à l'aide de l'entier n uniquement: $U_n = f(n)$.**
- **Un exemple ? La suite (U_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par: $U_n = 3^n$.**
- **f est une fonction définie sur $[\, 0 ; +\infty \,[$.**

4. Suite définie par récurrence :

- **Une suite est définie par une relation de récurrence quand son premier terme (U_0) est donné et que l'on dispose d'une relation entre U_{n+1} et U_n.**
- **Un exemple ? La suite (U_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par:**

$$\begin{cases} U_0 = 7 \\ U_{n+1} = 3\,U_n + 6 \end{cases}.$$

5. Suite définie par un algorithme :

- **Un exemple ?**

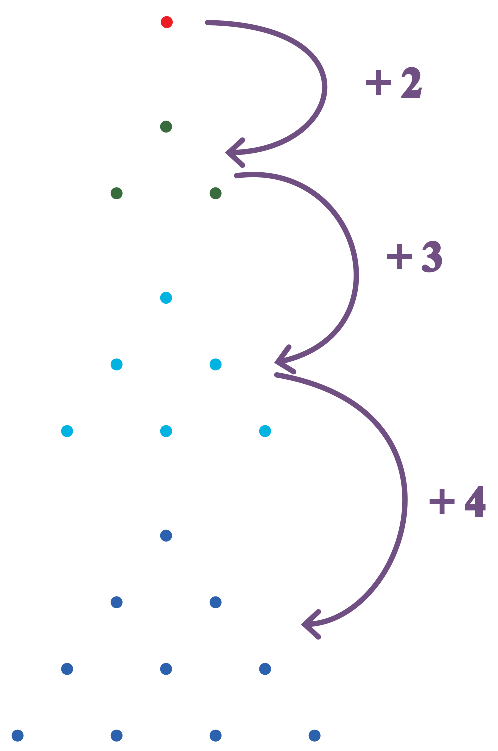
```
def w (n) :
    w = 4
    for i in range (1, n + 1) :
        w = 2 * w - 1
    return (w)
```

- **Cet algorithme correspond à une suite (w_n) définie par récurrence par :**

$$\begin{cases} w_0 = 4 \\ w_{n+1} = 2\, w_n - 1 \end{cases} \text{, avec } n \in \mathbb{N}.$$

6. Suite définie par des motifs géométriques :

Un exemple ?



B. Sens de variation d'une suite :

1. Croissante, décroissante, constante :

- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est croissante ssi : $U_{n+1} \geqslant U_n$,
- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est décroissante ssi : $U_{n+1} \leqslant U_n$,
- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est constante ssi : $U_{n+1} = U_n$.

2. Strictement croissante, strictement décroissante :

- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est strictement croissante ssi : $U_{n+1} > U_n$,
- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est strictement décroissante ssi : $U_{n+1} < U_n$.

3. Suite monotone :

- Une suite monotone est une suite qui est soit croissante, soit décroissante.
- Une suite strictement monotone est une suite qui est soit strictement croissante, soit strictement décroissante.

4. Comment montrer le sens de variation d'une suite ?

- On examine le signe de $U_{n+1} - U_n$.
- Dans le cas d'une suite à termes strictement positifs, on peut examiner le quotient $\dfrac{U_{n+1}}{U_n}$ et le comparer à 1.
- Lorsque $U_n = f(n)$, f étant une fonction définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$ (ou un sous-ensemble de $[\,0\,;+\infty\,[$), les variations de la suite (U_n) suivent celles de f.

C. Notion de limite d'une suite :

1. Suite convergente :

La suite (U_n) est convergente et converge vers ℓ ssi : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \ell$.

(ℓ est un nombre fini qui doit être unique)

2. Suite divergente :

La suite (U_n) est divergente ssi : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$ ou $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -\infty$.