Maths Complémentaires Terminale

Limite d'une Suite

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LIMITE DE LA SUITE (U_n) EN $+\infty$

3

CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = 2n^2 + 1 + \frac{1}{n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} 2n^2 + 1 + \frac{1}{n}.$$

Or:
- $\lim_{n \to +\infty} 2n^2 = +\infty$
- $\lim_{n \to +\infty} 1 = 1$
- $\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0^+$.

Dans ces conditions: $\lim_{n \to +\infty} U_n = (+\infty) + (1) + (0^+) = +\infty$.

2. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = n^3 - 150n^2 + 5$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} n^3 - 150n^2 + 5$$

$$= (+\infty) - (+\infty) + 5.$$

Il s'agit d'une forme indéterminée.

Or: $U_n = n^3 - 150n^2 + 5 \iff U_n = n^3\left(1 - \frac{150}{n} + \frac{5}{n^3}\right)$. $(n \neq 0)$

Et:
- $\lim_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$
- $\lim_{n \to +\infty} \frac{-150}{n} = 0^-$
- $\lim_{n \to +\infty} \frac{5}{n^3} = 0^+$.

Dans ces conditions: $\lim_{n \to +\infty} U_n = (+\infty) \times (1 + 0^- + 0^+) = +\infty.$

3. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = 36n^2 - 21n + 12$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} 36n^2 - 21n + 12$$

$$= (+\infty) + (-\infty) + 12.$$

Il s'agit d'une forme indéterminée.

Or: $U_n = 36n^2 - 21n + 12 \iff U_n = n^2\left(36 - \frac{21}{n} + \frac{12}{n^2}\right)$. $(n \neq 0)$

Et: • $\lim\limits_{n \to +\infty} n^2 = +\infty$

• $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-21}{n} = 0^-$

• $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{12}{n^2} = 0^+$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = (+\infty) \times (36 + 0^- + 0^+) = +\infty$.