BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 2

FRANCE MÉTROPOLITAINE
2022

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES B A C C B B

1. La fonction f admet . . .

Nous sommes en présence de la représentation graphique de la courbe de la dérivée f' de f sur $\mathbb{R}$.

Au vu du graphique, nous pouvons dire que:

- f' est positive sur $\left]-\infty ; -\frac{1}{2}\right]$,
- f' est négative sur $\left[-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$.

Ainsi: • f est croissante sur $\left]-\infty ; -\frac{1}{2}\right]$,

• f est décroissante sur $\left[-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$.

La fonction f admet donc: un maximum au point $A\left(-\frac{1}{2} ; f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

cad $A\left(-\frac{1}{2} ; 0\right)$.

2. La fonction f est . . .

Nous sommes en présence de la représentation graphique de la courbe de la dérivée f' de f sur $\mathbb{R}$.

Au vu du graphique, nous pouvons dire que:

- f' est croissante sur $\left]-\infty ; -\frac{3}{2}\right[$,
- f' est décroissante sur $\left]-\frac{3}{2} ; +\infty\right[$.

D'après le cours: f est convexe sur un intervalle I ssi $f''(x) \geqslant 0$, pour tout $x \in I$.

Or ici, f' est croissante sur $\left]-\infty ; -\frac{3}{2}\right[$, ce qui revient à dire que:

$$\text{sur } \left]-\infty ; -\frac{3}{2}\right[, f''(x) \geqslant 0.$$

Au total, nous pouvons affirmer que: la fonction f est convexe sur $\left]-\infty ; -\frac{3}{2}\right[$.

3. La dérivée seconde f'' de la fonction f vérifie...

D'après la question précédente:
- f' est croissante sur $\left]-\infty ; -\frac{3}{2}\right[$,
- f' est décroissante sur $\left]-\frac{3}{2} ; +\infty\right[$.

Donc nous pouvons affirmer que f'' vérifie: $f''\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$.

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \leqslant V_n \leqslant W_n$ avec $\lim_{n \to +\infty} U_n = 1$ et $\lim_{n \to +\infty} W_n = 3$...

Il est clair que nous pouvons affirmer que: $1 \leqslant V_0 \leqslant 3$.

5. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant \frac{1}{n}$...

Ici pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant \frac{1}{n} \iff U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant \frac{1}{n} \leqslant 1$.

$$U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant \frac{1}{n} \leqslant 1 \iff \begin{cases} U_n \leqslant U_{n+1} \\ U_n \leqslant 1 \end{cases} \iff \begin{cases} (U_n) \text{ est croissante sur } \mathbb{N} \\ (U_n) \text{ est majorée par } M = 1 \end{cases}.$$

Or d'après le cours, toute suite croissante et majorée est convergente.

Donc ici, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est convergente.

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n < U_n < n + 1$...

Ici pour tout $n \in \mathbb{N}$: $n < U_n < (n + 1)$.

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, nous pouvons écrire: $(n + 1) < U_{n+1} < (n + 2)$.

Par conséquent: $n < U_n < (n + 1) < U_{n+1} < (n + 2)$

cad: $n < U_n < U_{n+1} < (n + 2)$.

Comme pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n < U_{n+1}$, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est croissante.