www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Uniforme & Géométrique

MINI COURS

I. Loi uniforme discrète:

1. Définition:

On dit qu'une variable aléatoire X suit une loi uniforme discrète lorsqu'elle prend ses valeurs dans { 1, …, n } avec des probabilités élémentaires identiques:

- $X(\Omega) = \{ 1, 2, 3, \dots, n \}$
- $P(X = 1) = P(X = 2) = P(X = 3) = \dots = P(X = n) = \dfrac{1}{n}$.

2. Espérance mathématique & Variance:

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur { 1, …, n }:

- $E(X) = \dfrac{n+1}{2}$
- $V(X) = \dfrac{n^2 - 1}{12}$.

II. Loi géométrique:

1. Définition:

On considère une suite infinie d'épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes.

Soient « p » la probabilité d'obtenir un succès (S) à l'issue d'une épreuve de Bernoulli, et « $q = 1 - p$ » la probabilité d'obtenir un échec (E).

On associe un espace probabilisé à la suite infinie d'épreuves de Bernoulli.

Pour $i \in \mathbb{N}^*$, on note:

- A_i, l'événement « le premier succès apparaît à la i-ème épreuve »,
- S_i, l'événement « le résultat de la i-ème épreuve est un succès »,
- E_i, l'événement $\overline{S_i}$.

Dans ces conditions: $A_i = E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap \ldots \cap E_{i-1} \cap S_i$.

Comme tous les événements sont indépendants, nous avons:

$$P(A_i) = P(E_1) \,.\, P(E_2) \,.\, P(E_3) \,.\ldots.\, P(E_{i-1}) \,.\, P(Si)$$

cad $P(A_i) = q^{(i-1)} \,.\, p.$

La probabilité que le premier succès apparaisse à la i-ème épreuve est donc de: $q^{(i-1)} \,.\, p.$

2. Formule:

Soit « p » $\in \,]\, 0 \,;\, 1 \,[$, on dit qu'une variable aléatoire discrète X suit une loi géométrique de paramètre « p » et on note $X \rightsquigarrow G(p)$ si:

- $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$
- pour tout $i \in \mathbb{N}^*$, $P(X = i) = q^{(i-1)} \,.\, p.$

3. Espérance mathématique & Variance:

- $E(X) = \dfrac{1}{p}$
- $V(X) = \dfrac{q}{p^2}.$