Maths
Complémentaires
Terminale

Uniforme & Géométrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

PIÈCE DE MONNAIE MAL ÉQUILIBRÉE

CORRECTION

1. Déterminons la probabilité que l'on s'arrête au bout de cinq lancers:

Il s'agit de déterminer la probabilité d'**obtenir Pile au 5e lancer, et ce pour la première fois**.

Cela revient donc à calculer: $P(X = 5)$.

Nous sommes en présence d'une suite infinie d'épreuves de Bernoulli de paramètre $p = 0,6$, identiques et indépendantes.

En effet, la probabilité d'obtenir Pile à l'issue d'un lancer est de $0,6$ d'après l'énoncé.

De plus: $X(\Omega) = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ cad $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$.

La variable aléatoire X suit donc une loi géométrique de paramètre $p = 0,6$:

$$X \rightsquigarrow G(0,6).$$

Dans ces conditions: $P(X = 5) = 0,6 \times (1 - 0,6)^4$.

Au total, la probabilité d'obtenir Pile pour la première fois au 5e lancer est de: $0,6 \times (0,4)^4$.

2. Calculons la probabilité que l'on s'arrête au bout de onze lancers:

D'après l'énoncé, on a déjà effectué quatre lancers et obtenu que des Face.

Cela n'a aucune importance car la variable aléatoire X qui suit une loi géométrique de paramètre 0, 6 est SANS MÉMOIRE !

Autrement dit, pour tous entiers m et n non nuls:

$$P_{X>n}(X > m + n) = P(X > m).$$

Cela revient donc à calculer: $P(X = 11)$.

Nous sommes en présence d'une suite infinie d'épreuves de Bernoulli de paramètre $p = 0,6$, identiques et indépendantes.

En effet, la probabilité d'obtenir Pile à l'issue d'un lancer est de 0, 6 d'après l'énoncé.

De plus: $X(\Omega) = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ cad $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$.

La variable aléatoire X suit donc une loi géométrique de paramètre $p = 0,6$:

$$X \rightsquigarrow G(0,6).$$

Dans ces conditions: $P(X = 11) = 0,6 \times (1 - 0,6)^{10}$.

Au total, la probabilité d'obtenir Pile pour la première fois au 11e lancer est de: $0,6 \times (0,4)^{10}$.