Maths Complémentaires Terminale

Uniforme & Géométrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

INDÉFINIMENT UNE PIÈCE DE MONNAIE

CORRECTION

1. Exprimons l'événement $(X = k)$ en fonction des événements A_i:

Nous sommes en présence d'une suite infinie d'épreuves de Bernoulli de paramètre $p = \frac{1}{2}$, identiques et indépendantes.

En effet, la probabilité d'obtenir pile à l'issue d'une épreuve de Bernoulli est:

$$p = \frac{1}{2}.$$

Pour $i \in \mathbb{N}^*$, notons:

- A_i l'événement " le i^e lancer donne un pile ";
- X la variable aléatoire discrète égale au numéro du lancer où est obtenu le premier face.

Dans ces conditions: $(X = k) = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_{k-1} \cap \overline{A_k}$.

2. Déterminons $P(X = k)$:

Les événements $A_1, A_2, A_3, \ldots A_{k-1}$ et $\overline{A_k}$ sont indépendants.

Par conséquent, nous pouvons écrire:

Freemaths : Tous droits réservés

$$P(X=k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \ldots P(A_{k-1}) \cdot P(\overline{A_k})$$

D'où: $P(X=k) = p^{k-1} \cdot q$, avec $q = 1 - p$.

En effet: $P(A_1) = P(A_2) = \ldots = P(A_{k-1}) = p$.

De plus, $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$.

La variable aléatoire discrète **X** suit donc une loi géométrique de paramètre:

$$(1-p) = \frac{1}{2}.$$

Et nous pouvons écrire: $X \rightsquigarrow G\left(\frac{1}{2}\right)$.

Au total: $P(X=k) = p^{k-1} \cdot q$.

Freemaths : Tous droits réservés