www.freemaths.fr

# Maths Complémentaires Terminale

## Uniforme & Géométrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

# INDÉFINIMENT UN DÉ

## CORRECTION

1. **Déterminons la loi de la v.a. X:**

Il s'agit de calculer la probabilité d'**obtenir pour la première fois le numéro 3 au $k^e$ lancer**.

Nous sommes en présence d'une suite infinie d'épreuves de Bernoulli de paramètre $p = \frac{1}{6}$, identiques et indépendantes.

En effet, la probabilité d'obtenir le numéro 3 à l'issue d'une épreuve de Bernoulli est $p = \frac{1}{6}$ (**car il y a un numéro 3 sur six numéros**), et la probabilité de ne pas obtenir le numéro 3 est $q = \frac{5}{6}$, **avec** $q = 1 - p$. .

De plus, $X(\Omega) = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ cad $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$.

La v.a. X suit donc une loi géométrique de paramètre $p = \frac{1}{6}$:

$$X \rightsquigarrow G\left(\frac{1}{6}\right).$$

Dans ces conditions: $P(X = k) = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1}.$

**2. Calculons la probabilité d'obtenir le numéro 3 au 12ᵉ lancer:**

Calculer la probabilité d'obtenir le numéro 3 au 12ᵉ lancer revient à calculer: $P(X = 12)$.

Or nous savons que: $P(X = k) = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1}$.

D'où: $P(X = 12) = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{11}$ cad $P(X = 12) \approx 0,0224$.

Au total, la probabilité d'obtenir le numéro 3 au 12ᵉ lancer est de: $0,0224$.



**3. Donnons les valeurs de E (X) et V (X):**

Nous savons que si une v.a. $X \rightsquigarrow G(p)$, alors:

$$E(X) = \frac{1}{p} \text{ et } V(X) = \frac{q}{p^2}, \text{ avec } q = 1 - p.$$

Or ici $p = \frac{1}{6}$, par conséquent nous avons:

- $E(X) = \dfrac{1}{\frac{1}{6}}$ cad $E(X) = 6$ lancers.

- $V(X) = \dfrac{\frac{5}{6}}{\left(\frac{1}{6}\right)^2}$ cad $V(X) = 30$.