

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE DÉVELOPPEMENT DURABLE

CORRECTION

1. Calculons la probabilité que l'élève soit S et T:

Cela revient à calculer: $P(S \cap T)$.

$$P(S \cap T) = P_S(T) \times P(S)$$

$$\text{Ainsi: } P(S \cap T) = 0,70 \times 0,80 \Rightarrow P(S \cap T) = 0,56.$$

Au total, il y a **56%** de chance pour que l'élève soit sensible **et** pratique le tri sélectif.

2. Montrons que $P(T) = 0,59$:

L'événement $T = (T \cap S) \cup (T \cap \bar{S})$.

$$\text{D'où: } P(T) = P(T \cap S) + P(T \cap \bar{S})$$

$$= P_S(T) \times P(S) + P_{\bar{S}}(T) \times P(\bar{S})$$

$$\text{Ainsi: } P(T) = 0,56 + 0,30 \times 0,1 \Rightarrow P(T) = 0,59.$$

Au total, il y a **59%** de chance pour que l'événement T se réalise.

3. Pouvons-nous affirmer que les chances qu'il se dise sensible au

développement durable soit $\leq 10\%$?

Cela revient à calculer: $P_{\bar{T}}(S)$.

$$P_{\bar{T}}(S) = \frac{P(S \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} \Leftrightarrow P_{\bar{T}}(S) = \frac{P_{\bar{S}}(T) \times P(S)}{P(\bar{T})}$$

$$\text{Ainsi: } P_{\bar{T}}(S) = \frac{0,20 \times 0,70}{1 - P(T)} \Rightarrow P_{\bar{T}}(S) = 0,34.$$

Au total, comme $34\% > 10\%$, la réponse est: **NON**.

4. a. Déterminons les paramètres de la loi binomiale:

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

X est une loi binomiale de paramètres: $n = 4$ et $p = 59\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(4; 59\%)$.

Et nous pouvons écrire: $P(X = k) = \binom{4}{k} (59\%)^k (1 - 59\%)^{4-k}$.

4. b. Calculons la probabilité pour qu'aucun des 4 élèves interrogés ne pratiquent le tri sélectif:

Cela revient à calculer: $P(X = 0)$, avec $X \rightsquigarrow B(4; 59\%)$.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

D'où ici: $P(X=0) = \binom{4}{0} (59\%)^0 (1-59\%)^4$

$$\Rightarrow P(X=0) = 3\% \quad (\text{calculatrice}).$$

La probabilité demandée est donc de: **3%**.

4. c. Calculons la probabilité pour qu'au moins 2 des 4 élèves pratiquent le tri sélectif:

Cela revient à calculer: $P(X \geq 2)$, avec $X \sim B(4; 59\%)$.

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) \Leftrightarrow P(X \geq 2) = 1 - (P(X=0) + P(X=1))$$

$$\Rightarrow P(X \geq 2) = 0,81 \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, il y a **81% de chance** pour qu'au moins 2 des 4 élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.