Maths Complémentaires Terminale

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA JOURNÉE ANNIVERSAIRE ...

CORRECTION

1. Calculons la probabilité que parmi les 4 élèves gagnants, il y en ait au moins 1 qui soit inscrit à l'association sportive:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **choisir 4 élèves gagnants**.

Soient les événements **A** = " l'élève gagnant est inscrit à l'association ",
et $\overline{A}$ = " l'élève gagnant n'est pas inscrit à l'association ".

On désigne par **X** le nombre de fois où l'événement **A** s'est réalisé au cours des 4 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 4 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: **A** et $\overline{A}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de **A** suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 4$ **et** $p = 20,3\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(4\,;\,20,3\%)$.

Ici, nous devons calculer: $P\,(X \geqslant 1)$, avec $X \rightsquigarrow B\,(4\,;\,20,3\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X=0)$

$$= 1 - \binom{4}{0} (20,3\%)^0 (1 - 20,3\%)^4$$

$\Rightarrow$ $P(X \geqslant 1) \approx 59,7\%$ (calculatrice).

Au total, la probabilité demandée est d'environ: 59, 7%.

2. Calculons E (X):

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 4 \times 0,203$

$= 0,92$ élève.

3. Déduisons-en V (X):

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 4 \times 0,203 \times 0,797$

$\approx 0,647$.