Maths Complémentaires Terminale

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

À DROITE OU À GAUCHE ?

CORRECTION

1. Déterminons la probabilité que le lance-balle envoie 10 balles à droite:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **envoyer une série de 20 balles**.

Soient les événements **A** = " la balle est envoyée à droite ", et $\overline{A}$ = " la balle est envoyée à gauche ".

On désigne par **X** le nombre de fois où l'événement **A** s'est réalisé au cours des 20 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 20 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: **A** et $\overline{A}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de **A** suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 20$ **et** $p = 0,5$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(20\,;\,0,5)$.

Ici, nous devons calculer: **P (X = 10)**, avec $X \rightsquigarrow B\,(20\,;\,0,5)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P(X = 10) = \binom{20}{10} (0,5)^{10} (0,5)^{10}$

$\Rightarrow$ $P(X = 10) \approx 17,6\%$ (calculatrice).

Au total, il y a environ 17, 6% de chance pour que le lance-balle envoie 10 balles à droite.

2. Déterminons la probabilité que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite:

Il s'agit de calculer: $P(5 \leqslant X \leqslant 10)$.

$P(5 \leqslant X \leqslant 10) = P(X \leqslant 10) - P(X \leqslant 4)$.

$\Rightarrow$ $P(5 \leqslant X \leqslant 10) \approx 58,2\%$ (calculatrice).

Au total, il y a environ 58, 2% de chance pour que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite.

3. Calculons E (X):

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 20 \times 0,5$

$= 10$ balles envoyées à droite.

4. Déduisons-en V (X):

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 20 \times 0,5 \times 0,5$

$= 5$.