

www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ
EXERCICE

1



AMÉRIQUE DU NORD
2024

VÉHICULE HYBRIDE RECHARGEABLE

CORRECTION

PARTIE I

1. Représentons la situation par un arbre pondéré:

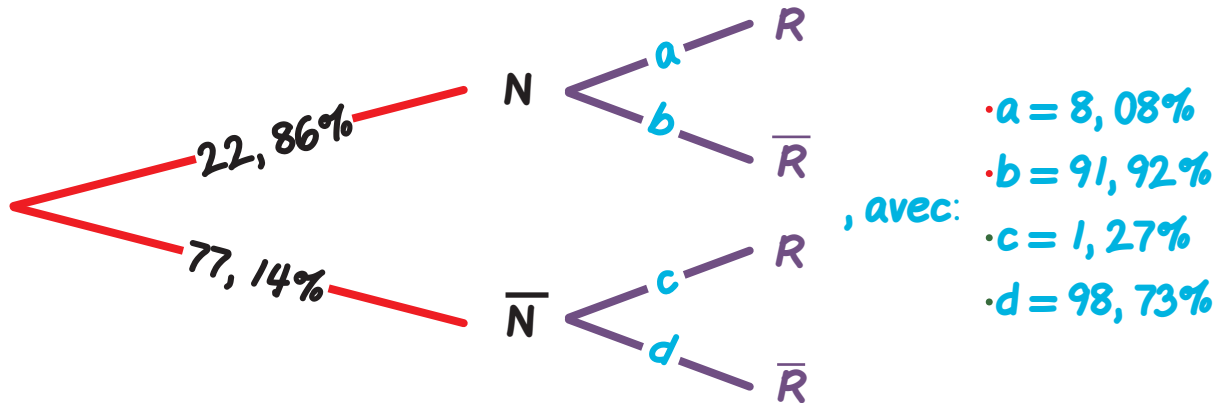
D'après l'énoncé, nous avons:

- N = " le véhicule est neuf "
- \bar{N} = " le véhicule est d'occasion ".
- R = " le véhicule est hybride rechargeable "
- \bar{R} = " le véhicule n'est pas rechargeable ".
- $P(N) = 22,86\%$
- $P(\bar{N}) = 1 - 22,86\% = 77,14\%$.
- $P_N(R) = 8,08\%$
- $P_N(\bar{R}) = 1 - 8,08\% = 91,92\%$.

$$\bullet P_{\bar{N}}(R) = 1,27\%$$

$$\bullet P_{\bar{N}}(\bar{R}) = 1 - 1,27\% = 98,73\%$$

D'où l'arbre pondéré représentant cette situation est:



2. Calculons la probabilité pour que le véhicule soit neuf et hybride rechargeable:

Cela revient à calculer: $P(N \cap R)$.

$$P(N \cap R) = P_N(R) \times P(N)$$

$$= 8,08\% \times 22,86\%$$

$$\approx 1,847\%$$

Ainsi la probabilité que le véhicule soit neuf et hybride rechargeable est d'environ: $1,85\%$.

3. Montrons que la probabilité que le véhicule soit hybride rechargeable est de 0,0283:

Ici, il s'agit de calculer: $P(R)$.

L'événement $R = (R \cap N) \cup (R \cap \bar{N})$.

D'après la formule des probabilités totales:

$$\begin{aligned} P(R) &= P(R \cap N) + P(R \cap \bar{N}) \\ &= P(N \cap R) + P_{\bar{N}}(R) \times P(\bar{N}) \\ &= 1,85\% + 1,27\% \times 77,14\% \\ &\approx 0,02829. \end{aligned}$$

Ainsi, nous avons bien: $P(R) \approx 0,0283$.

4. Calculons la probabilité que le véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable:

Calculer cette probabilité revient à déterminer: $P_R(N)$.

$$\begin{aligned} P_R(N) &= \frac{P(R \cap N)}{P(R)} \\ &= \frac{P(N \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{1,85\%}{0,0283} \\ &\approx 0,6537. \end{aligned}$$

Ainsi, la probabilité que le véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable est d'environ: $65,37\%$.

PARTIE II

1. Précisons la valeur des paramètres de la variable aléatoire X :

D'après l'énoncé: $X \rightsquigarrow B(n; p)$.

Or: • $n = 500$ (on choisit 500 véhicules ...)

• $p = 0,65$ (la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf)

• $X =$ le nombre de véhicules neufs parmi les 500.

Ainsi X suit une loi binomiale de paramètres: $n = 500$ et $p = 0,65$.

2. Déterminons $P(X = 325)$:

Ici, il s'agit de calculer: $P(X = 325)$, avec $X \rightsquigarrow B(500; 0,65)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

$$P(X = 325) = \binom{500}{325} (0,65)^{325} \cdot (1 - 0,65)^{(500 - 325)}$$

$$\approx 0,0374 \text{ (calculatrice).}$$

La probabilité qu'exactement **325** véhicules soient neufs sur les "**500**" est d'environ: **3,74%**.

3. Calculons $P(X \geq 325)$ et interprétons:

$$\begin{aligned} P(X \geq 325) &= 1 - P(X < 325) \\ &= 1 - P(X \leq 324) \\ &\approx \mathbf{0,5206} \quad (\text{calculatrice}). \end{aligned}$$

Cela signifie que la probabilité qu'il y ait **au moins 325 véhicules neufs** parmi les "**500**" est d'environ: **52,06%**.

PARTIE III

1. Donnons l'expression en fonction de " n " de p_n :

Ici: • on choisit n véhicules hybrides rechargeables

• la probabilité qu'un véhicule soit d'occasion = $P(\bar{N}) = 1 - 0,65 = 0,35$.

Pour répondre à cette question, nous allons calculer:

$P(Y = n)$, avec $Y \rightsquigarrow B(n; 0,35)$.

$$\begin{aligned} P(Y = n) &= \binom{n}{n} (0,35)^n \cdot (1 - 0,35)^0 \\ &= \mathbf{0,35^n}. \end{aligned}$$

Ainsi, l'expression de p_n en fonction de n est: $p_n = 0,35^n$.

2. Déterminons la plus petite valeur de " n " telle que $q_n \geq 0,9999$:

q_n correspond à la probabilité qu'au moins un des véhicules soit neuf.

Donc: $q_n = 1 - p_n$.

Pour répondre à la question, nous allons résoudre l'inéquation:

$$1 - p_n \geq 0,9999.$$

$$1 - p_n \geq 0,9999 \Leftrightarrow 1 - 0,35^n \geq 0,9999$$

$$\Leftrightarrow 0,35^n \leq 0,0001$$

$$\Leftrightarrow n \times \ln(0,35) \leq \ln(0,0001)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \quad \text{cad } n \geq 9 \text{ véhicules.}$$

En définitive, en choisissant $n = 9$ véhicules particuliers hybrides rechargeables: $q_n \geq 0,9999$.