BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 1

NOUVELLE CALÉDONIE
2023

À VOILE OU À MOTEUR ?

CORRECTION

PARTIE A

1. Traduisons la situation par un arbre pondéré :

D'après l'énoncé, nous avons:

- V = " le client choisit un bateau à voile ".
- $\overline{V}$ = " le client choisit un bateau à moteur ".

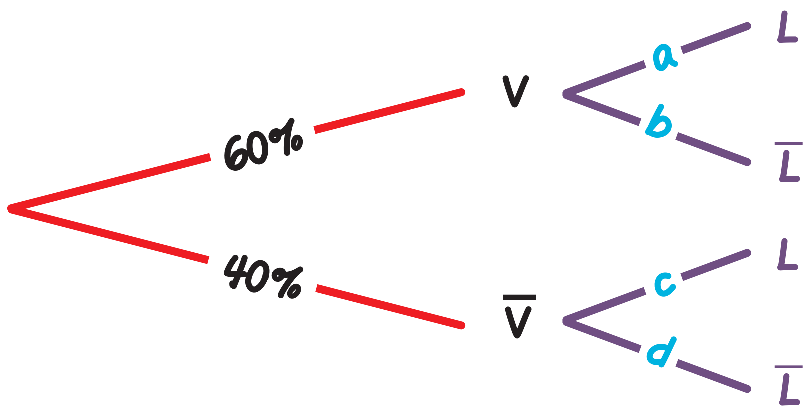
- L = " le client prend l'option Pilote ".
- $\overline{L}$ = " le client ne prend pas l'option Pilote ".

- $P(V) = 60\%$
- $P(\overline{V}) = 1 - 60\% = 40\%$.

- $P(L) = 42\%$
- $P(\overline{L}) = 1 - 42\% = 58\%$.

- $P_V(L) = 20\%$
- $P_V(\overline{L}) = 1 - 20\% = 80\%$.

D'où l'arbre de probabilités suivant:



, avec:

- $a = 20\%$
- $b = 80\%$
- $c = ?$
- $d = ?$

2. Calculons la probabilité que le client choisisse un bateau à voile et qu'il ne prenne pas l'option Pilote:

Cela revient à calculer: $P(V \cap \overline{L})$.

$$P(V \cap \overline{L}) = P_V(\overline{L}) \times P(V)$$

$$= 80\% \times 60\%$$

$$= 0,48.$$

Ainsi, la probabilité que le client choisisse un bateau à voile et qu'il ne prenne pas l'option Pilote est de: 48%.

3. Montrons que $P(\overline{V} \cap L) = 0,30$:

Déterminer la probabilité que le client choisisse un bateau à moteur et qu'il prenne l'option Pilote revient à calculer: $P(\overline{V} \cap L)$.

Or: $P(\overline{V} \cap L) = P(L) - P(V \cap L)$ (probabilités totales)

$= 42\% - P_V(L) \times P(V)$

$= 42\% - 20\% \times 60\%$

$= 0,30.$

Nous avons donc bien: $P(\overline{V} \cap L) = 0,30.$

4. Déduisons en $P_{\overline{V}}(L)$:

$$P_{\overline{V}}(L) = \frac{P(\overline{V} \cap L)}{P(\overline{V})}$$

$$= \frac{0,30}{40\%}$$

$$= 0,75\%.$$

Ainsi, la probabilité que le client prenne l'option Pilote sachant qu'il a choisit un bateau à moteur est de: 75%.

5. Déterminons $P_L(V)$:

Déterminer la probabilité que le client ait choisi un bateau à voile sachant qu'il a pris l'option Pilote revient à calculer: $P_L(V)$.

$$P_L(V) = \frac{P(L \cap V)}{P(L)}$$

$$= \frac{P_V(L) \times P(V)}{P(L)}$$

$= \dfrac{20\% \times 60\%}{42\%}$

$\approx 0,29.$

Ainsi, la probabilité que le client ait choisi un bateau à voile sachant qu'il a pris l'option Pilote est d'environ: 29%.

PARTIE B

1. Déterminons $P(L \cap A)$ et $P(\overline{L} \cap A)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $A =$ " le bateau subit une avarie ".

- $P_{\overline{L}}(A) = 0,12$
- $P_{\overline{L}}(\overline{A}) = 1 - 0,12 = 0,88.$

- $P_L(A) = 0,005$
- $P_L(\overline{A}) = 1 - 0,005 = 0,995.$

- $P(L) = 42\%$
- $P(\overline{L}) = 1 - 42\% = 58\%.$

Dans ces conditions: • $P(L \cap A) = P_L(A) \times P(L)$

$= 0,005 \times 42\%$

$= \mathbf{0,21\%},$

• $\mathbf{P(\overline{L} \cap A)} = P_{\overline{L}}(A) \times P(\overline{L})$

$= 0,12 \times 58\%$

$= \mathbf{6,96\%}.$

Ainsi: • $P(L \cap A) = 0,21\%$

• $P(\overline{L} \cap A) = 6,96\%.$

2. À combien d'avaries peut s'attendre l'entreprise ?

Pour répondre à cette question, nous devons calculer: $\mathbf{P(A)}$.

L'événement $A = (A \cap L) \cup (A \cap \overline{L})$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$\mathbf{P(A)} = P(A \cap L) + P(A \cap \overline{L})$

$= P(L \cap A) + (\overline{L} \cap A)$

$= 0,21\% + 6,96\%$

$= \mathbf{7,17\%}.$

Ainsi, la probabilité de subir une avarie est de: $P(A) = 7,17\%.$

Or, l'entreprise loue **1000 bateaux**.

Et: $1\,000 \times 7,17\% \approx$ **72 avaries**.

Donc, l'entreprise doit s'attendre à 72 avaries.

PARTIE C

1. Donnons les paramètres de la loi binomiale suivie par X:

Ici:
- $p = 42\%$
- $n = 40$ clients
- X compte le nombre de clients (sur 40) prenant l'option Pilote.

La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 40$ et $p = 42\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(40\,;\,42\%)$.

2. Calculons $P\,(X \geqslant 15)$:

Calculer la probabilité qu'au moins 15 clients prennent l'option Pilote revient à déterminer: $P\,(X \geqslant 15)$, avec $X \rightsquigarrow B\,(40\,;\,42\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P\,(X = k) = \binom{n}{k} p^{k} \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P\,(X \geqslant 15) = 1 - P\,(X < 15)$

$$= 1 - P(X \leq 14)$$

$$\approx 0,768 \qquad (\text{calculatrice}).$$

Ainsi, il y a 76, 8% de chance pour qu'au moins 15 clients prennent l'option Pilote.