www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 1

NOUVELLE CALÉDONIE 2022

BASKET-BALL

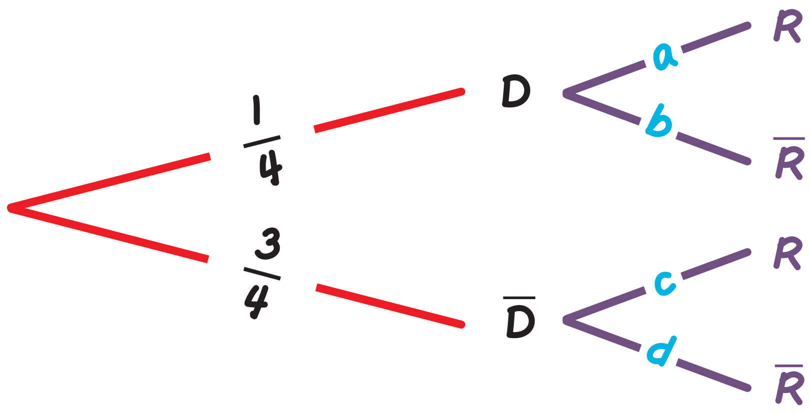
CORRECTION

1. a. Représentons la situation à l'aide d'un arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

- D = " il s'agit d'un tir à 2 points ".
- $\overline{D}$ = " il s'agit d'un tir à 3 points ".
- R = " le tir est réussi ".
- $\overline{R}$ = " le tir est loupé ! ".
- $P(D) = \frac{1}{4}$
- $P(\overline{D}) = \frac{3}{4}$.
- $P_D(R) = 60\%$
- $P_D(\overline{R}) = 1 - 60\% = 40\%$.
- $P_{\overline{D}}(R) = 35\%$
- $P_{\overline{D}}(\overline{R}) = 1 - 35\% = 65\%$.

D'où l'arbre de probabilités suivant:



, avec:
- $a = 60\%$
- $b = 40\%$
- $c = 35\%$
- $d = 65\%$

1. b. Calculons $P(\overline{D} \cap R)$:

Ici, nous devons calculer: $P(\overline{D} \cap R)$.

$P(\overline{D} \cap R) = P_{\overline{D}}(R) \times P(\overline{D})$

$= 35\% \times \frac{3}{4}$

$= 0,2625$.

Ainsi, la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à 3 points et qu'il soit réussit est de: 0,2625 cad 26,25%.

1. c. Montrons que la probabilité que le tir soit réussit est de 0,4125:

Ici, il s'agit de calculer: $P(R)$.

L'événement $R = (R \cap D) \cup (R \cap \overline{D})$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$P(R) = P(R \cap D) + P(R \cap \overline{D})$

$$= P_D(R) \times P(D) + P(\overline{D} \cap R)$$

$$= 60\% \times \frac{1}{4} + 0,2625$$

$$= 0,4125.$$

Ainsi, la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est donc bien égale à:

0, 4125 cad 41, 25 %.

1. d. Calculons la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à 3 points sachant qu'il est réussi:

Stéphanie réussit le tir; calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à 3 points revient à déterminer: $P_R(\overline{D})$.

$$P_R(\overline{D}) = \frac{P(R \cap \overline{D})}{P(R)}$$

$$= \frac{0,2625}{0,4125}$$

$$= 0,6363.$$

Ainsi, il y a **63, 63% de chance** que le tir soit à 3 points, sachant qu'il est réussi par Stéphanie.

2. a. Justifions que X suit une loi binomiale et précisons ses paramètres:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **réaliser une série de 10 tirs à trois points**: on considère que les tirs sont indépendants.

Soient les événements **A** = " le tir à trois points est réussi ", et $\overline{A}$ = " le tir à trois points est loupé ! ".

On désigne par X la variable aléatoire qui a un échantillon de 10 tirs à trois points associe le nombre de tirs réussis.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 10 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: A et $\overline{A}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 10$ et $p = 0,35$.

Et nous pouvons noter: $X \leadsto B\,(10\,;\,0,35)$.

2. b. Calculons l'espérance de X et interprétons le résultat:

D'après le cours: $E\,(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E\,(X) = 10 \times 0,35$

$= 3,5$ tirs à trois points réussis.

Ainsi en moyenne, le nombre de tirs à trois points réussis, sur une série de 20 tirs à trois points, est de: $3,5 \times 2 = 7$.

2. c. Déterminons la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus:

Déterminer la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus revient à calculer: $P\,(X \leqslant 6)$, avec $X \leadsto B\,(10\,;\,0,35)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k.(1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

Ici: $P(X \leqslant 6) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$
$+ P(X=5)+P(X=6)$

$\approx 0,97$ (calculatrice).

La probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus est d'environ: 97%.

2. d. Déterminons la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs:

Déterminer la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs revient à calculer: $P(X \geqslant 6)$, avec $X \rightsquigarrow B(10\,;0,35)$.

Or: $P(X \geqslant 6) = 1 - P(X < 6)$

$= 1 - P(X \leqslant 5)$

$\approx 0,09$ (calculatrice).

Ainsi, il y a environ 9% de chance que Stéphanie rate au plus 4 tirs.

3. Déterminons la valeur maximale de l'entier naturel " n " que l'on doit choisir pour que $P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99$:

Répondre à cette question revient à déterminer l'entier naturel " n " tel que:

$$P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99, \text{ avec } X \rightsquigarrow B(n\,;0,35).$$

$P(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 \iff 1 - P(X=0) \geqslant 0,99$

$$\Longleftrightarrow \quad 1 - \binom{n}{0} (0,35)^0 (0,65)^n \geqslant 0,99$$

$$\Longleftrightarrow \quad 1 - (0,65)^n \geqslant 0,99$$

$$\Longleftrightarrow \quad (0,65)^n \leqslant 0,01$$

$$\Longleftrightarrow \quad n \times \ln(0,65) \leqslant \ln(0,01)$$

$$\Longleftrightarrow \quad n \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,65)}$$ cad $n \geqslant 11$ tirs à trois points.

Ainsi, le nombre minimum de tirs à trois points à réaliser est de: 11.