www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 3

ASIE
2022

BUS & AVION

CORRECTION

PARTIE 1

1. a. Donnons la valeur de $P_B(V)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- B = " Julien réussit à prendre son bus ".
- $\overline{B}$ = " Julien prend une voiture privée ".
- V = " Julien est à l'heure pour le vol ".
- $\overline{V}$ = " Julien n'est pas à l'heure pour le vol ".

- $P(B) = 1 - 0,8 = 0,2$
- $P(\overline{B}) = 0,8$.

- $P(V) = ?$
- $P(\overline{V}) = ?$

- $P_B(V) = 1$

- $P_B(\overline{V}) = 0.$

- $P_{\overline{B}}(V) = 0,5$

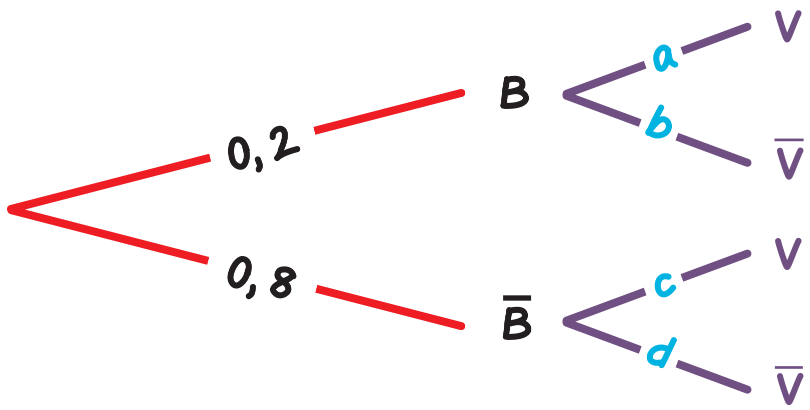
- $P_{\overline{B}}(\overline{V}) = 0,5.$

Ainsi $P_B(V) = 1$ car la probabilité que Julien soit à l'heure pour son vol, sachant qu'il a pris le bus est de 100%.

La probabilité conditionnelle $P_B(V)$ est donc égale à : 1 cad 100%.

2. Représentons la situation par un arbre pondéré :

Nous avons l'arbre de probabilités suivant :



, avec :

- $a = 1$
- $b = 0$
- $c = 0,5$
- $d = 0,5$

3. Montrons que $P(V) = 0,6$:

Ici, il s'agit de calculer : $P(V)$.

L'événement $V = (V \cap B) \cup (V \cap \overline{B})$.

D'après la formule des **probabilités totales** :

$P(V) = P(V \cap B) + P(V \cap \overline{B})$

$= P_B(V) \times P(B) + P_{\overline{B}}(V) \times P(\overline{B})$

$= 1 \times 0,2 + 0,5 \times 0,8$

$= 0,6.$

Ainsi, la probabilité que Julien soit à l'heure à l'aéroport pour son vol est de: 60%.

4. Calculons $P_V(B)$:

Calculer $P_V(B)$ revient à déterminer la probabilité que Julien soit arrivé à l'aéroport en bus, sachant qu'il est à l'heure pour son vol.

$$P_V(B) = \frac{P(B \cap V)}{P(V)}$$

$$= \frac{P_B(V) \times P(B)}{P(V)}$$

$$= \frac{1 \times 0,2}{0,6}$$

$$= \frac{1}{3}.$$

Sachant que Julien est à l'heure pour son vol, la probabilité qu'il soit arrivé à l'aéroport en bus est égale à: $\frac{1}{3}$.

PARTIE 2

1. Justifions que X suit une loi binomiale et précisons ses paramètres:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **vendre 206 billets pour le vol d'un avion de 200 places**: la présence à l'embarquement de chaque passager est indépendante des autres passagers.

Soient les événements P = " le passager est présent à l'embarquement ", et $\overline{P}$ = " le passager n'est pas présent à l'embarquement ".

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de passagers se présentant à l'embarquement.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 206 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: P et $\overline{P}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de P suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 206$ et $p = 1 - 5\% = 95\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(206\,;\,95\%)$.

2. En moyenne, combien de passagers vont-ils se présenter à l'embarquement ?

Répondre à cette question revient à calculer: $E\,(X)$.

D'après le cours: $E\,(X) = n \cdot p$.

Ici, nous avons donc: $E\,(X) = 206 \times 0,95$

$= 195,7$ passagers.

Ainsi en moyenne, environ 196 passagers sur 206 se présenteront à l'embarquement.

3. Calculons la probabilité que 201 passagers se présentent à l'embarquement:

Il s'agit de calculer ici: $P(X = 201)$, avec $X \rightsquigarrow B(206 ; 0,95)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P(X = 201) = \binom{206}{201} (0,95)^{201} (0,05)^5$

$\approx 0,031$ (calculatrice).

Au total, la probabilité que 201 passagers se présentent à l'embarquement est d'environ: 3,1%.

4. Calculons $P(X \leqslant 200)$ et interprétons ce résultat:

Nous allons calculer: $P(X \leqslant 200)$, avec $X \rightsquigarrow B(206 ; 0,95)$.

$P(X \leqslant 200) \approx 0,948$ (calculatrice).

Cela signifie que la probabilité qu'au plus 200 salariés se soient présentés à l'embarquement est d'environ: 94,8%.

Il y a donc 94, 8% que l'avion soit rempli.

5. a. Complétons la loi de probabilité en calculant $P(Y = 6)$:

Nous savons que: $P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3)$
$+ P(Y = 4) + P(Y = 5) + P(Y = 6) = 1$.

D'où: $P(Y = 6) = 1 - (0,94775 + 0,03063 + ... + 0,00028)$

$= 0,00003$.

Ainsi: $P(Y = 6) = 0,00003$.

5. b. Justifions que $C = 51\,500 - 850Y$:

D'après l'énoncé:
- prix d'un billet = 250 €
- pénalité = 600 €
- remboursement d'un passager = 250 € + 600 € = 850 €.

De plus:
- Y = V. A. égale au nombre de passagers qui ne peuvent pas embarquer,
- C = V. A. égale au chiffre d'affaires de la compagnie sur ce vol.

Dans ces conditions: $C = 206 \times 250$ € $- 850$ € $\times Y$

$= 51\,500 - 850Y$.

Ainsi, nous avons bien: $C = 51\,500 - 850Y$.

5. c. c_1 Donnons la loi de probabilité de " C " sous forme d'un tableau:

La loi de probabilité de la V. A. $C = 51\,500 - 850Y$ est:

y_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y = y_i)$	0, 94775	0, 03063	0, 01441	0, 00539	0, 00151	0, 00028	0, 00003
c_i	51500	50650	49800	48950	48 100	47250	46 400

5. c. c_2 Calculons E (C):

D'après le cours: $E(C) = p_1\, c_1 + p_2\, c_2 + \ldots + p_6\, c_6$.

Ici, nous avons donc: $E(C) = (0,94775 \times 51\,500) + \ldots + (0,00003 \times 46\,400)$

$\approx 51\,429$ €.

En moyenne, le chiffre d'affaires de la compagnie sera de: 51 429 €.

5. d. Comparaison:

En pratiquant le surbooking, la compagnie aérienne peut espérer un chiffre d'affaires de 51 429 € contre 50 000 € (200 x 250 €).