BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 1

POLYNÉSIE

2024

JEUX OLYMPIQUES

CORRECTION

1. Montrons que $P(J \cap S) = \frac{8}{15}$:

Déterminer la probabilité que la personne choisie ait l'intention de regarder les JOP à la TV **et** déclare pratiquer une activité sportive régulière revient à calculer: $P(J \cap S)$.

D'après l'énoncé, nous avons:

- J = " a l'intention de regarder les JOP à la TV "
- $\overline{J}$ = " n'a pas l'intention de regarder les JOP à la TV ".

- S = " déclare pratiquer une activité sportive régulière "
- $\overline{S}$ = " déclare ne pas pratiquer une activité sportive régulière ".

- $P(J) = 60\%$
- $P(\overline{J}) = 1 - 60\% = 40\%$.

- $P_J(S) = \dfrac{8}{9}$

- $P_J(\overline{S}) = 1 - \dfrac{8}{9} = \dfrac{1}{9}$.

Dans ces conditions: $P(J \cap S) = P_J(S) \times P(J)$

$$= \frac{8}{9} \times 60\%$$

$$= \frac{8}{15}.$$

Ainsi, nous avons bien: $P(J \cap S) = \dfrac{8}{15}$.

2. a. Calculons $P(\overline{J} \cap S)$:

En effet, calculer la probabilité que la personne choisie n'ait pas l'intention de regarder les JOP à la TV **et** déclare pratiquer une activité sportive régulière revient à déterminer: $P(\overline{J} \cap S)$.

D'après l'énoncé: **" deux personnes sur trois déclarent pratiquer une activité sportive régulière "**.

D'où: $P(S) = \dfrac{2}{3}$.

Dans ces conditions: $P(\overline{J} \cap S) = P(S) - P(J \cap S)$

$$= \frac{2}{3} - \frac{8}{15}$$

$$= \frac{2}{15}.$$

Ainsi, la probabilité recherchée est égale à: $\frac{2}{15}$.

2. b. Déduisons-en la probabilité de " S " sachant $\overline{J}$:

Ici, nous devons calculer: $P_{\overline{J}}(S)$.

$$P_{\overline{J}}(S) = \frac{P(\overline{J} \cap S)}{P(\overline{J})}$$

$$= \frac{\frac{2}{15}}{40\%}$$

$$= \frac{1}{3}.$$

Ainsi, la probabilité que la personne déclare pratiquer une activité sportive régulière sachant qu'elle n'a pas l'intention de regarder les JOP à la TV est de: $\frac{1}{3}$.

3. a. Déterminons la nature et les paramètres de la loi suivie par X:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **choisir au hasard 30 personnes de plus de 15 ans**: on assimile ce choix à un tirage avec remise.

X est la variable aléatoire égale au nombre de personnes déclarant pratiquer une activité sportive régulière parmi les 30 personnes.

Nous savons que: **la probabilité qu'une personne déclare pratiquer une activité sportive régulière** $= \frac{2}{3} = P(S)$.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 30 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: S et $\overline{S}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de S suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 30$ **et** $p = \frac{2}{3}$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\left(30 ; \frac{2}{3}\right)$.

3. b. Calculons $P(X = 16)$:

Ici, il s'agit de calculer: $P(X = 16)$, avec $X \rightsquigarrow B\left(30 ; \frac{2}{3}\right)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^{k} \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

$$P(X = 16) = \binom{30}{16}\left(\frac{2}{3}\right)^{16}\left(1 - \frac{2}{3}\right)^{(30-16)}$$

$$= \binom{30}{16} \left(\frac{2}{3}\right)^{16} \left(\frac{1}{3}\right)^{14}$$

$$\approx 0,046 \quad (\text{ calculatrice }).$$

Donc la probabilité qu'exactement 16 personnes déclarent pratiquer une activité sportive régulière parmi les 30 personnes est d'environ: 4, 6%.

3. c. Déterminons la probabilité que ce budget soit insuffisant:

- Le prix d'une place = 380 €
- Le budget = 10 000 €.

Compte tenu de ces deux contraintes, le nombre maximum de personnes pouvant bénéficier du " cadeau " est de:

$$\frac{10\ 000}{380} \approx 26,3 \quad (\text{ soit 26 personnes }).$$

La probabilité que ce budget soit insuffisant est donc égale à: $P(X > 26)$.

Calculons $P(X > 26)$, sachant que $X \rightsquigarrow B\left(30; \frac{2}{3}\right)$.

$$P(X > 26) = 1 - P(X \leqslant 26)$$

$$\approx 0,33\% \quad (\text{ calculatrice }).$$

Ainsi, il y a 0, 33% de chance pour que le budget soit insuffisant.