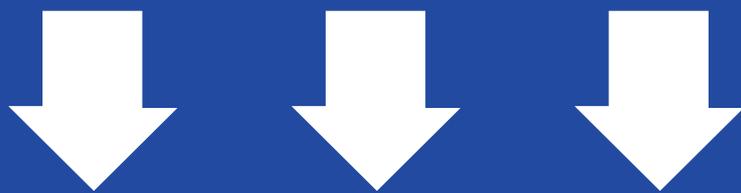


www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Densité de Probabilité



MINI COURS

I. Densité de probabilité:

1. Définition:

Soit X une variable aléatoire continue. On appelle densité de probabilité de X , la fonction f définie sur \mathbb{R} telle que pour tout intervalle $[a ; b]$:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx.$$

2. Comment le montrer ?

On procède en trois étapes.

f est une densité de probabilité ssi:

- f est continue par morceaux
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$
- pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 0$.

II. Fonction de répartition de X :

1. Définition:

On appelle fonction de répartition d'une variable aléatoire continue X ,

la fonction F définie sur \mathbb{R} par:

$$F(x) = P(X \leq x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$$

2. Propriétés:

- F est continue sur \mathbb{R}
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$
- $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$.

III. Espérance mathématique de X:

1. Formule:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx.$$

2. Propriétés:

- $E(a \cdot X + b) = a \cdot E(X) + b$
- $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$.

IV. Variance de X:

1. Formule:

$$V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx - [E(X)]^2.$$

2. Propriétés:

- $V(a \cdot X + b) = a^2 \cdot V(X)$
- $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$, si X et Y indépendantes.