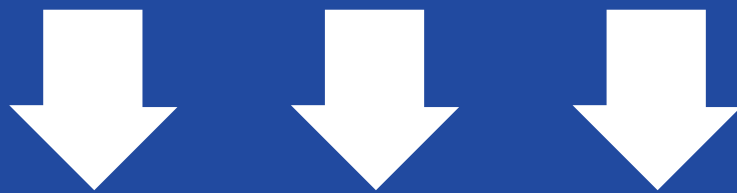


[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

**Loi exponentielle**



**MINI COURS**

# I. Définition d'une loi exponentielle:

## 1. Définition:

Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$ , avec  $\lambda > 0$ .

Une variable aléatoire  $X$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  si sa densité de probabilité s'écrit:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{pour tout } x \in [0; +\infty[ \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases} .$$

## 2. Remarque:

Notons que quand  $x = 0$ :  $f(0) = \lambda e^{-\lambda \cdot 0}$  cad  $f(0) = \lambda$ .

Ainsi,  $\lambda$  correspond à l'ordonnée du point d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  et de l'axe des ordonnées.

# II. Fonction de répartition:

## 1. Définition:

La fonction de répartition  $F$  d'une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  est définie par:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{pour tout } x \in [0; +\infty[ \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases} .$$

## 2. Propriétés:

- $P(X \in [0; a]) = 1 - e^{-\lambda \cdot a}$ .

- $P(X \in [a; b]) = P(a < X < b)$ 

$$= P(a \leq X \leq b)$$

$$= P(a \leq X < b)$$

$$= P(a < X \leq b)$$

$$= F(b) - F(a)$$

$$= (1 - e^{-\lambda b}) - (1 - e^{-\lambda a})$$

$$= e^{-\lambda \cdot a} - e^{-\lambda \cdot b}$$

- $P(X \in [a; +\infty[) = e^{-\lambda \cdot a}$ .

### III. Espérance et Variance:

Sachant que la variable aléatoire  $X$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , nous avons:

- $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ ,

- $V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$ .

### IV. Durée de vie sans vieillissement:

#### 1. Propriété:

Sachant que la variable aléatoire  $X$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , pour tout  $a \geq 0$  et tout  $h \geq 0$ , nous avons:

$$P_{(X \in [a; +\infty[)} (X \in [a+h; +\infty[) = P (X \in [h; +\infty[).$$

## 2. Vocabulaire:

On dit que la loi exponentielle est appelée:

- loi d'**absence de mémoire**

ou

- loi de **durée de vie sans vieillissement**.