Maths Complémentaires Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

7

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_1^3 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\, dx$.

Soit $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$. f est continue sur $[\,1\,;3\,]$. Elle admet donc des primitives

sur $[\,1\,;3\,]$ et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons: • $u(x) = \ln x$, d'où $u'(x) = \frac{1}{x}$

• $v'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, d'où $v(x) = 2\sqrt{x}$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[\,1\,;3\,]$)

Dans ces conditions: $I = [\,u(x) \times v(x)\,]_1^3 - \int_1^3 v(x) \times u'(x)\, dx$

$$= \Big[\,(\ln x) \times (2\sqrt{x})\,\Big]_1^3 - \int_1^3 (2\sqrt{x}) \times \left(\frac{1}{x}\right) dx$$

$$= 2\left[\sqrt{x}\,\ln x\right]_1^3 - 2\int_1^3 \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$$

$$= 2\left[\sqrt{x}\,\ln x\right]_1^3 - 2\left[2\sqrt{x}\right]_1^3$$

$$= 2\,(\sqrt{3}\,\ln 3) - 2\,(2\sqrt{3} - 2)$$

$$= 2\sqrt{3}\,(-2 + \ln 3) + 4.$$

Au total, nous avons: $I = 2\sqrt{3}\,(-2 + \ln 3) + 4.$