Maths Complémentaires Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

11

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_1^2 \ln^2(x)\,dx$.

Soit $f(x) = \ln^2(x)$. f est continue sur $[\,1\,;2\,]$. Elle admet donc des primitives sur $[\,1\,;2\,]$ et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons: • $u(x) = \ln^2(x) = (\ln x)^2$, d'où $u'(x) = \dfrac{2\ln x}{x}$

• $v'(x) = 1$, d'où $v(x) = x$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[\,1\,;2\,]$)

Dans ces conditions: $I = [\,u(x) \times v(x)\,]_1^2 - \int_1^2 v(x) \times u'(x)\,dx$

$$= \Big[\,(\ln x)^2 \times (x)\,\Big]_1^2 - \int_1^2 (x)\left(\frac{2\ln x}{x}\right)dx$$

$$= \Big[x \times (\ln x)^2 \Big]_1^2 - 2 \int_1^2 \ln x \, dx$$

$$= \Big[x (\ln x)^2 \Big]_1^2 - 2 \Big[x \ln x - x \Big]_1^2$$

(car si: $g(x) = x \ln x - x$, $g'(x) = \ln x$)

$$= (2 (\ln 2)^2) - 2 (2 \ln 2 - 2 + 1)$$

$$= 2 (\ln 2)^2 - 4 \ln 2 + 2.$$

Au total, nous avons: $I = 2 \left((\ln 2)^2 - 2 \ln 2 + 1 \right).$