Maths Complémentaires Terminale

Fonction logarithme : ln(x)

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOUDRE DES INÉQUATIONS 4

CORRECTION

1. **Résolvons l'inéquation (1):**

- Pour tout $x \in]-\infty ; 0[\cup]\frac{1}{2} ; +\infty[$: $(1) \iff 6x^2 - 3x < 9$

cad $6x^2 - 3x - 9 < 0$.

Soit $f(x) = 6x^2 - 3x - 9$.

$\Delta = (15)^2 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation (1) admet deux solutions distinctes:

- $x_1 = \frac{3 - 15}{12} = -1 < 0$
- $x_2 = \frac{3 + 15}{12} = \frac{3}{2} > \frac{1}{2}$.

- **Le tableau de signes de f est:** $(a = 6 > 0)$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi, l'inéquation (1) a pour ensemble solution: $\left]-1 ; 0\right[\cup \left]\frac{1}{2} ; \frac{3}{2}\right[$.

2. **Résolvons l'inéquation (2):**

- Pour tout $x \neq -\frac{3}{2}$: (2) $\iff 2 \ln(2x+3) \leqslant \ln(25)$

$\iff \ln(2x+3)^2 \leqslant \ln(25)$

$\iff (2x+3)^2 \leqslant 25$

cad $4x^2 + 12x - 16 \leqslant 0$.

Soit $f(x) = 4x^2 + 12x - 16$.

$\Delta = 240 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation (2) admet deux solutions distinctes:

- $x_1 = \dfrac{-12 - 240}{8} = \dfrac{-3 - \sqrt{15}}{2} \neq -\dfrac{3}{2}$
- $x_2 = \dfrac{-12 + 240}{8} = \dfrac{-3 + \sqrt{15}}{2} \neq -\dfrac{3}{2}$.

- Le tableau de signes de f est: $(a = 4 > 0)$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0	-	0	+	

Ainsi, l'inéquation (2) a pour ensemble solution:

$$\left[\frac{-3-\sqrt{15}}{2}; -\frac{3}{2}\right[\cup \left]-\frac{3}{2}; \frac{-3+\sqrt{15}}{2}\right].$$

3. **Résolvons l'inéquation (3):**

• Pour tout $x \in \left]0; +\infty\right[$: (3) $\iff$ $x^2 + 1 > 2x$

cad $x^2 - 2x + 1 > 0.$

Soit $f(x) = x^2 - 2x + 1.$

$\Delta = 0.$

Comme $\Delta = 0$, l'équation (3) admet une seule solution: $x_0 = \dfrac{2}{2} = 1 > 0.$

• **Le tableau de signes de f est:** $(a = 1 > 0)$

x	$-\infty$		$x_0 = 1$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		+	0	+	

Ainsi, l'inéquation (3) a pour ensemble solution: $\left]0; 1\right[\cup \left]1; +\infty\right[$.