

# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

### Fonctions cosinus et sinus

**Correction**

 [www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

## QUELLE PÉRIODE CHOISIR ?

3

### CORRECTION

Déterminons une période de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  :

D'après le cours, soient  $f$  une fonction définie sur  $I$  et  $T > 0$  un nombre réel tel que si  $x \in I$ , alors  $x + T \in I$ .

$f$  est dite **périodique de période  $T$**  si:  $f(x + T) = f(x)$ .

Notons qu'ici: si  $x \in \mathbb{R}$ , alors  $x + T \in \mathbb{R}$ .

Soit  $T$ , une période de la fonction  $f$ , nous avons:

$$f(x + T) = f(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos(2(x + T)) - \cos(x + T) = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos(x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos(2x + 2T) - \cos(x + T) = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos(x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} [\cos(2x) \cos(2T) - \sin(2x) \sin(2T)] - [\cos(x)$$

$$\cos(T) - \sin(x) \sin(T)] = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos(x).$$

Par identification, nous obtenons pour tout  $k \in \mathbb{Z}$ :

$$\begin{cases} \cos(2T) = 1 \\ \sin(2T) = 0 \\ \cos(T) = 1 \\ \sin(T) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2T = 2\pi + 2k\pi \\ 2T = 2\pi + 2k\pi \\ T = 2\pi + 2k\pi \\ T = 2\pi + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = \pi + k\pi \\ \text{ou} \\ T = 2\pi + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Nous devons donc choisir entre:  $\pi$  et  $2\pi$ .

Or le PPMC (Plus Petit Multiple Commun) des valeurs  $\pi$  et  $2\pi$  est:  $2\pi$ .

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ : la fonction  $f$  est périodique de période  $2\pi$ .