1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions cosinus et sinus

Correction

LA PARITÉ D'UNE FONCTION 4

CORRECTION

Étudions la parité des fonctions f définies sur $\left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2} \right]$ suivantes:

D'après le cours, une fonction f définie sur un ensemble I, symétrique par rapport à " 0 ", est:

- paire ssi pour tout $x \in I$: $f(-x) = f(x)$,
- impaire ssi pour tout $x \in I$: $f(-x) = -f(x)$.

Notons qu'ici: l'ensemble de définition $\left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2} \right]$ est bien symétrique par rapport à " 0 ".

1. Quand $f(x) = x^2 - 4\sin(3x)$:

$f(-x) = (-x)^2 - 4\sin(-3x)$

$= x^2 + 4\sin(3x)$.

Or: • $f(x) = x^2 - 4\sin(3x)$

• $-f(x) = -x^2 + 4\sin(3x)$.

Donc: $f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x)$.

Ainsi: f n'est ni paire, ni impaire.

2. **Quand $f(x) = x^4 + 16 \sin(12x)$:**

$f(-x) = (-x)^4 + 16 \sin(-12x)$

$= x^4 - 16 \sin(12x)$.

Or: • $f(x) = x^4 + 16 \sin(12x)$

• $-f(x) = -x^4 - 16 \sin(12x)$.

Donc: $f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x)$.

Ainsi: f n'est ni paire, ni impaire.

3. **Quand $f(x) = x^3 - 10 \sin(10x)$:**

$f(-x) = (-x)^3 - 10 \sin(-10x)$

$= -x^3 + 10 \sin(10x)$

$= -f(x)$.

Ainsi, pour tout $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$: f est impaire.

4. **Quand $f(x) = -x + 21 \sin(-6x)$:**

Préalablement, notons que: $\sin(-6x) = -\sin(6x)$, d'après le cours.

D'où: $f(x) = -x - 21 \sin(6x)$:

$f(-x) = -(-x) + 21 \sin(6x)$

$= x + 21 \sin(6x)$

$= -f(x)$.

Ainsi, pour tout $x \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2} \right]$: f est impaire.