# INTERRO

## MATHS

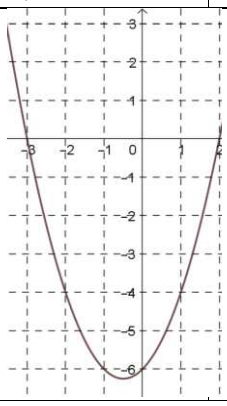
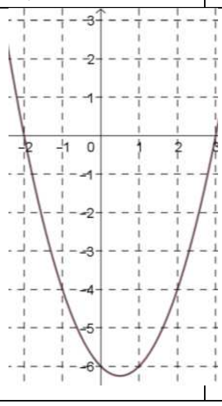
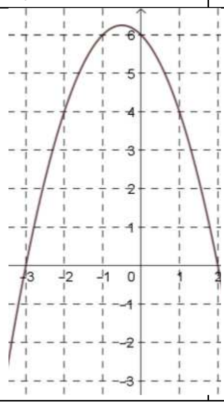
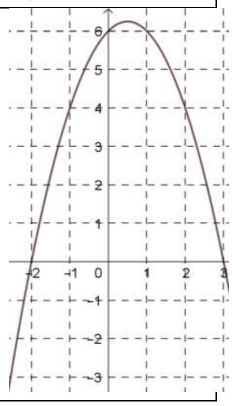
# SUJET

PREMIÈRE
SPÉCIALITÉ MATHS

## Exercice 1 – QCM (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1
On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - x + 6$. On admet que l'une des quatre courbes ci-dessous représente la fonction $f$. Laquelle ?

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |

Question 2
On pose pour tout réel $x$ : $A(x) = \mathrm{e}^{2x}$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$ :

| | |
|---|---|
| a) $A(x) = 2\mathrm{e}^{x}$ | b) $A(x) = \mathrm{e}^{x^2}$ |
| c) $A(x) = \mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{2}$ | d) $A(x) = (\mathrm{e}^{x})^2$ |

Question 3
Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Les droites d'équations $2x + y + 1 = 0$ et $3x - 2y + 5 = 0$

| | |
|---|---|
| a) sont sécantes en $A(1\,;1)$. | b) sont sécantes en $B(1\,;-1)$. |
| c) sont sécantes en $C(-1\,;1)$. | d) ne sont pas sécantes. |

Question 4
Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Les droites d'équations $x + 3y - 5 = 0$ et $3x - y + 6 = 0$ sont :

| | |
|---|---|
| a) perpendiculaires. | b) sécantes non perpendiculaires. |
| c) parallèles. | d) confondues. |

Question 5
On considère la fonction Python ci-dessous :

```
def suite(n) :
    u=2
    k=0
    while k<n :
        u=u+k
        k=k+1
    return u
```

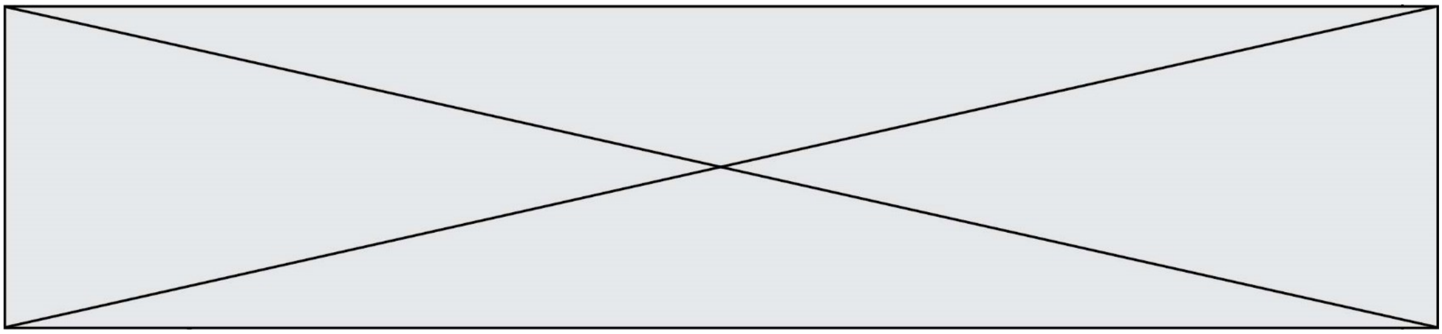
Quelle valeur renvoie l'appel suite(5) ?

| | |
|---|---|
| a) 5 | b) 8 |
| c) 12 | d) 17 |

## Exercice 2 (5 points)

On considère la fonction $f$ définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$.
On note $C_f$ la représentation graphique de $f$ dans un repère du plan.

1. Déterminer les coordonnées du point A, point d'intersection de la courbe $C_f$ avec l'axe des ordonnées.
2. La courbe $C_f$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Justifier la réponse.
3. On note $f'$ la dérivée de la fonction $f$ sur $[0; +\infty[$. Montrer que, pour tout réel $x$ de l'intervalle $[0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{xe^x}{(1+x)^2}$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0; +\infty[$. En déduire le sens de variation de $f$ sur $[0; +\infty[$.



5. On note $T$ la tangente à $C_f$ au point A d'abscisse 1,6. La tangente $T$ passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier la réponse.

## Exercice 3 (5 points)

Dans cet exercice, pour tout évènement $A$, on note $\bar{A}$ son évènement contraire, $P(A)$ sa probabilité et, si $B$ est un évènement de probabilité non nulle, $P_B(A)$ la probabilité conditionnelle de $A$ sachant $B$.

Une entreprise a fabriqué en un mois 1500 chaudières, dont 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse.

On a constaté, dans ce lot, que :

- 1 % des chaudières à cheminées ont un défaut
- 6 % des chaudières à ventouses ont un défaut.

On prélève au hasard le numéro de série d'une chaudière de la production de ce mois.

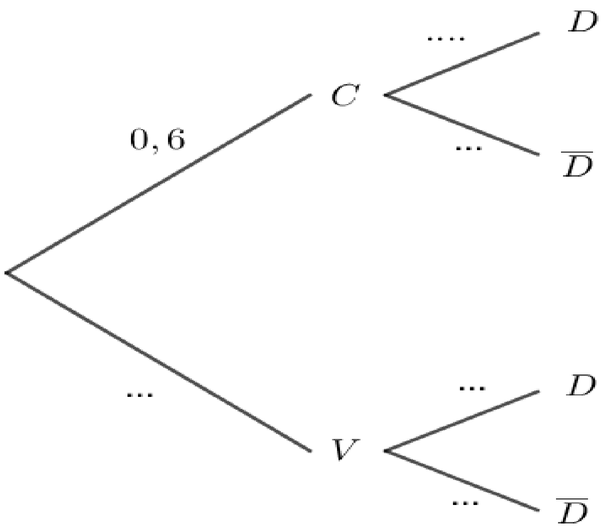
On considère les évènements suivants :

- $C$ : « Le numéro de série est celui d'une chaudière à cheminée »
- $V$ : « Le numéro de série est celui d'une chaudière à ventouse »
- $D$ : « Le numéro de série est celui d'une chaudière défectueuse »

1. Recopier et compléter sur la copie le tableau à double entrée suivant :

| | nombre de chaudières à cheminée | nombre de chaudières à ventouse | Total |
|---|---|---|---|
| nombre de chaudières défectueuses | | | |
| nombre de chaudières non défectueuses | | | |
| Total | 900 | 600 | 1500 |

**2.** Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :




**3.** Calculer la probabilité que le numéro de série soit celui d'une chaudière défectueuse.

**4.** Déterminer $\mathrm{P}_{\mathrm{D}}(\mathrm{V})$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

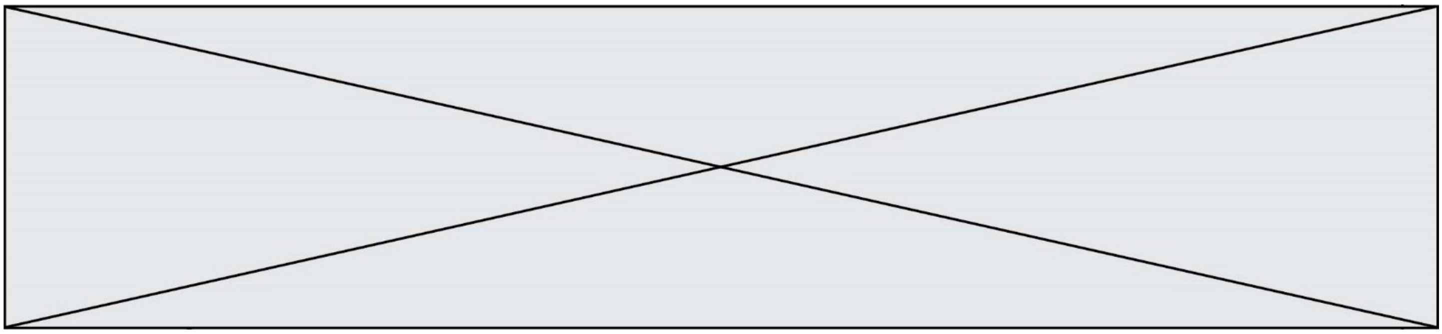
**5.** Les évènements D et V sont-ils indépendants ?

## Exercice 4 (5 points)

Un jeu vidéo fait évoluer un personnage sur un parcours semé d'obstacles.
Au début du parcours, ce personnage est doté de 1 000 pions noirs dans son sac et il n'a pas de pion blanc.
Le nombre de pions noirs diminue au cours du jeu.
Le personnage gagne 10 pions blancs par minute jouée.
Chaque partie est chronométrée et dure 45 minutes. Au bout des 45 minutes, la partie s'arrête et le joueur a gagné si le nombre de pions blancs gagnés est supérieur ou égal au nombre de pions noirs du sac.

**1.** Etude de l'évolution du nombre de pions blancs
On note $u_n$ le nombre de pions blancs obtenus au bout de $n$ minutes de jeu.
Ainsi $u_0 = 0$.
Déterminer la nature de la suite $(u_n)$ et en déduire, pour tout entier $n$, l'expression de $u_n$ en fonction de $n$.

**2.** Etude de l'évolution du nombre de pions noirs



Lucas estime qu'au cours d'une partie, le nombre de ses pions noirs diminue de 2 % par minute. Il voudrait savoir si cette évolution est suffisante pour gagner, ou s'il doit poursuivre son entrainement.

On note $v_n$ le nombre de pions noirs restant à la $n$-ième minute.

Ainsi $v_0 = 1000$.

a. Justifier que $v_1 = 980$.

b. Déterminer la nature de la suite $(v_n)$ et en déduire, pour tout entier $n$, l'expression de $v$ en fonction de $n$.

**3.** On a calculé les premiers termes des suites $(u_n)$ et $(v_n)$ à l'aide d'un tableur. La feuille de calcul est donnée ci-dessous.

Les termes de la suite $(v_n)$ ont été arrondis à l'unité.

Lucas peut-il gagner la partie ?

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | n | un | vn |
| 2 | 0 | 0 | 1000 |
| 3 | 1 | 10 | 980 |
| 4 | 2 | 20 | 960 |
| 5 | 3 | 30 | 941 |
| 6 | 4 | 40 | 922 |
| 7 | 5 | 50 | 904 |
| 8 | 6 | 60 | 886 |
| 9 | 7 | 70 | 868 |
| 10 | 8 | 80 | 851 |
| 41 | 39 | 390 | 455 |
| 42 | 40 | 400 | 446 |
| 43 | 41 | 410 | 437 |
| 44 | 42 | 420 | 428 |
| 45 | 43 | 430 | 419 |
| 46 | 44 | 440 | 411 |
| 47 | 45 | 450 | 403 |
| 48 | 46 | 460 | 395 |
| 49 | 47 | 470 | 387 |
| 50 | 48 | 480 | 379 |
| 51 | 49 | 490 | 372 |
| 52 | 50 | 500 | 364 |