

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Suites Numériques

Correction

 www.freemaths.fr

SUITE STATIONNAIRE OU CONSTANTE

CORRECTION

1. Déterminons la valeur de U_0 pour laquelle la suite (U_n) n'est pas définie:

La suite (U_n) est définie ssi: $2 + 5 U_0 \neq 0$ cad $U_0 \neq -\frac{2}{5}$.

Ainsi la suite (U_n) n'est pas définie quand: $U_0 = -\frac{2}{5}$.

2. Que se passe-t-il si $a = 0$?

Si $a = 0$: $U_0 = 0, U_1 = 0, U_2 = 0, \dots, U_n = 0$ et $U_{n+1} = 0$.

Dans ces conditions, la suite (U_n) est définie sur \mathbb{N} par:
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_n = 0 \end{cases}$$

La suite (U_n) est donc: constante ou stationnaire.

3. Déterminons b pour que la suite (V_n) soit stationnaire:

Préalablement, nous devons déterminer le terme général de la suite (V_n) .

$$\begin{aligned} V_n = \frac{1}{U_n} &\Leftrightarrow V_n = \frac{2 + 5 U_{n-1}}{3 U_{n-1}} \\ &\Leftrightarrow V_n = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{U_{n-1}} \right) + \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow V_n = \frac{2}{3} V_{n-1} + \frac{5}{3}.$$

Dans ces conditions, la suite (V_n) est stationnaire ssi: $V_{n+1} = V_n = V_{n-1} = \dots = V_0$.

Or: $V_0 = b$.

Donc la suite (V_n) est stationnaire ssi: $b = \frac{2}{3} b + \frac{5}{3}$ cad $b = 5$.

Ainsi, la suite (V_n) est stationnaire quand: $b = 5$.

La suite (V_n) est donc définie sur \mathbb{N} par:
$$\begin{cases} V_0 = b \\ V_n = b \end{cases}, b \in \mathbb{N}.$$