

# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

### Taux de variation & Nombre dérivé

**Mini Cours**

 [www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

## A. Taux de variation:

### 1. Définition:

Soient  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ , et  $a$  et  $b$  deux nombres réels distincts appartenant à  $I$ .

On appelle **taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b$** , le nombre:

$$\tau = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

### 2. Propriétés:

a. Si  $f(x) = m \cdot x + p$ :  $\tau = m = \text{constante}$ .

b. Si  $f$  est croissante sur  $I$ , alors:  $\tau \geq 0$

Si  $f$  est décroissante sur  $I$ , alors:  $\tau \leq 0$ .

## B. Taux de variation entre $a$ et $b = a + h$ ( $h \neq 0$ ):

Entre  $a$  et  $b$ , avec  $b = a + h$  et  $h \neq 0$ , le **taux de variation** est:

$$\tau(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

## C. Interprétation du taux de variation:

Soit  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$ .

Soient  $A(x_A; f(x_A))$  et  $B(x_B; f(x_B))$ , deux points.

Le taux de variation entre  $x_A$  et  $x_B$  est égale à la pente de la sécante (AB).<sup>2</sup>

Autrement dit:  $\mathcal{T} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ .

## D. Nombre dérivé:

### 1. Définition:

Le nombre dérivé de  $f$  en " a " est:  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \mathcal{T}(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ .

### 2. Propriété:

Lorsque  $\mathcal{T}(h)$  tend vers un nombre réel unique (fini) quand  $h$  prend des valeurs proches de 0, on dit que:

$f$  est dérivable en a.

## E. Tableaux des dérivées:

### 1. Fonctions usuelles:

$f(x)$	$f'(x)$	Remarques
$k$	$0$	Dérivable sur $\mathbb{R}$
$x$	$1$	Dérivable sur $\mathbb{R}$
$x^2$	$2x$	Dérivable sur $\mathbb{R}$
$x^3$	$3x^2$	Dérivable sur $\mathbb{R}$

$x^n$	$n \cdot x^{(n-1)}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n \in \mathbb{N}^*</math></li> <li>• Dérivable sur <math>\mathbb{R}</math> si <math>n \geq 1</math></li> <li>• Dérivable sur <math>\mathbb{R}^*</math> si <math>n \leq -1</math></li> </ul>
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	Dérivable sur $\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	Dérivable sur $]0; +\infty[$

## 2. Formules usuelles:

Fonction	Fonction dérivée
$U + V$	$U' + V'$
$U \times V$	$U' \times V + U \times V'$
$k \times U$	$k \times U'$
$\frac{1}{V}$	$-\frac{V'}{V^2}$
$\frac{U}{V}$	$\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2}$

## F. Fonction dérivée de $f(x) = g(ax + b)$ :

### 1. Théorème:

Si  $g$  est une fonction dérivable sur  $I$ , alors pour tout  $x$  réel tel que  $ax + b \in I$ , la fonction  $f(x) = g(ax + b)$  est dérivable et:  $f'(x) = a \times g'(ax + b)$ .

## 2. Exemple:

- Soit la fonction  $f$  définie sur  $[\frac{3}{7}; +\infty[$  par:  $f(x) = \sqrt{7x-3}$ .
- Posons:  $g(x) = \sqrt{x}$ ;  $g$  est définie sur  $[0; +\infty[$  et dérivable sur  $]0; +\infty[$ .

↓  $7x-3 > 0$  ssi  $x > \frac{3}{7}$ . ↗

- Donc  $f$  est dérivable sur  $]\frac{3}{7}; +\infty[$  et nous avons:

$$f'(x) = a \times g'(ax+b) = 7 \times g'(7x-3) = \frac{7}{2\sqrt{7x-3}} \cdot \left( g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$$

## G. Équation réduite de la tangente $\Delta$ en $A(a; f(a))$ :

### 1. Formule:

La tangente  $\Delta$  en  $A(a; f(a))$  a pour équation réduite:  $y = f'(a)(x-a) + f(a)$ .

### 2. Remarque:

$f'(a)$  correspond à: la pente de la tangente  $\Delta$  au point A

ou: coefficient directeur de la tangente  $\Delta$  au point A.