1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions Polynômes

Mini Cours

A. Dérivée d'une fonction:

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- **f est dérivable sur un intervalle I lorsque f admet un nombre dérivé pour tout réel x de I, noté $f'(x)$.**
- **La fonction dérivée de f sur I est notée: f'.**

B. Tableau des dérivées:

Fonction	Domaine de définition	Domaine de dérivabilité	Fonction dérivée
$f(x) = k$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
$f(x) = m \cdot x + p$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = m$
$f(x) = x$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = n \cdot x^{(n-1)}$
$f(x) = a \cdot x^n + b$ $(n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{(n-1)}$

C. Sens de variation d'une fonction:

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

- f est croissante sur I ssi: $f'(x) \geqslant 0$
- f est strictement croissante sur I ssi: $f'(x) > 0$
- f est décroissante sur I ssi: $f'(x) \leqslant 0$
- f est strictement décroissante sur I ssi: $f'(x) < 0$
- f est constante sur I ssi: $f'(x) = 0$.

D. Extremum:

1. Définition:

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

f admet un extremum sur I si f admet un maximum ou un minimum sur I.

2. Propriété:

- Soit f une fonction dérivable sur] a ; b [et x_0 un réel de cet intervalle.

  Si f admet un maximum local ou un minimum local en x_0, alors: $f'(x) = 0$.

- Dans ce cas, la tangente à la courbe au point (x_0 ; f (x_0)) est horizontale.

3. Tableau de variations et extremum:

Soit] a ; b [un intervalle contenant " c ".

- Le point C (c ; f (c)) est un minimum local:

x	a		c		b
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(c)$	$\nearrow$	

• **Le point C (c ; f (c)) est un maximum local:**

x	a		c		b
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f(c)$	$\searrow$	

4. Polynômes du second degré et extremum:

Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ avec } a \neq 0.$$

• **Si a > 0, le point A $\left(-\dfrac{b}{2a} ; f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right)$ est un minimum global:**

x	$-\infty$		$\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$	$\nearrow$	

• Si a < 0, le point $A\left(-\frac{b}{2a}\,;\, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ est **un maximum global:**

x	$-\infty$		$\left(-\frac{b}{2a}\right)$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$\searrow$	