# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

## Fonctions Polynômes

**Correction**

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

## CORRECTION

**1. Justifions que 1 est racine de l'équation $f(x) = 0$:**

Pour tout $x \in [-2\,;2]$: $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

Dans ces conditions: $f(1) = (1)^3 - 3 \times (1) + 2$

$= 0$.

Ainsi 1 est bien racine de l'équation $f(x) = 0$.

**2. Calculons $f'(x)$ sur $[-2\,;2]$:**

La fonction $f$ est dérivable sur $[-2\,;2]$.

D'où, nous pouvons calculer $f'$ sur $[-2\,;2]$:

$f'(x) = 3x^2 - 3$, pour tout $x \in [-2\,;2]$.

La dérivée de la fonction $f$, pour tout $x \in [-2\,;2]$, est donc:

$$f'(x) = 3x^2 - 3.$$

**3. Étudions le signe de $f'$ sur $[-2\,;2]$:**

Pour tout $x \in [-2\,;2]$: $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$.

Dans ces conditions, $f'$ admet 2 racines: $x_1 = -1$ et $x_2 = 1$.

D'où le tableau de signe de $f'$ sur $[-2\,;2]$ est:

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |



Ainsi, le signe de $f'$ sur $[-2\,;2]$ est:

- strictement positif sur $[-2\,;-1[\,\cup\,]1\,;2]$
- nul si $x = -1$ ou $x = 1$
- strictement négatif sur $]-1\,;1[$.

**4. Déduisons-en le tableau de variations de $f$ sur $[-2\,;2]$:**

Le tableau de variations de $f$ sur $[-2\,;2]$ est le suivant:

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $a$ | $\nearrow$ | $b$ | $\searrow$ | $c$ | $\nearrow$ | $d$ |

, avec:

- $a = 0$
- $b = 4$
- $c = 0$
- $d = 4$.

Ainsi:
- $f$ est croissante sur $[-2 ; -1]$
- $f$ est décroissante sur $[-1 ; 1]$
- $f$ est croissante sur $[1 ; 2]$.

5. Donnons les coordonnées du point d'intersection entre $\mathcal{C}$ et D:

Soit M $(x ; y)$ le point d'intersection des courbes $\mathcal{C}$ et D sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.

Les coordonnées du point M doivent vérifier le système:

$$\begin{cases} y = x^3 - 3x + 2 \\ y = -3x + 4 \end{cases} \quad (I).$$

$(I) \iff x^3 - 3x + 2 = -3x + 4 \iff x^3 = 2$ cad $x = 2^{1/3}$.

Et donc: $f(2^{1/3}) = (2^{1/3})^3 - 3 \times (2^{1/3}) + 2$

$= 2 - 3 \times 2^{1/3} + 2$

$= 4 - 3 \times 2^{1/3}$.

En conclusion les coordonnées du point M, intersection entre $\mathcal{C}$ et D sont:

$$M\,(2^{1/3} ; 4 - 3 \times 2^{1/3}).$$