# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

## Fonctions Polynômes

**Correction**

☛ www.freemaths.fr

$$f(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 500$$

## CORRECTION

**1. Calculons $f'$ sur $[0;20]$:**

La fonction $f$ est dérivable sur $[0;20]$, avec: $f(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 500$.

D'où, nous pouvons calculer $f'$ sur $[0;20]$:

$$f'(x) = -3x^2 + 60x - 108, \text{ pour tout } x \in [0;20].$$

La dérivée de la fonction $f$, pour tout $x \in [0;20]$, est donc:

$$f'(x) = -3x^2 + 60x - 108.$$

**2. Montrons que $f'(x) = -3(x-2)(x-18)$:**

Pour tout $x \in [0;20]$: $-3(x-2)(x-18) = -3(x^2 - 18x - 2x + 36)$

$$= -3x^2 + 60x - 108$$

$$= f'(x).$$

Donc, pour tout $x \in [0;20]$, nous avons bien: $f'(x) = -3(x-2)(x-18)$.

**3. Étudions le signe de $f'$ sur $[0;20]$:**

Pour tout $x \in [0;20]$: $f'(x) = -3(x-2)(x-18)$.

Freemaths : Tous droits réservés

Dans ces conditions, $f'$ admet 2 racines: $x_1 = 2$ et $x_2 = 18$.

D'où le tableau de signe de $f'$ sur $[0; 20]$ est:

| $x$ | 0 | | 2 | | 18 | | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x - 2$ | | - | 0 | + | | + | |
| $x - 18$ | | - | | - | 0 | + | |
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | - | |

( car: $f'(x) = -3(x-2)(x-18)$ )

Ainsi, le signe de $f'$ sur $[0; 20]$ est:

- strictement positif sur $]2; 18[$
- nul si $x = 2$ ou $x = 18$
- strictement négatif sur $[0; 2[ \cup ]18; 20]$.

4. a. Dressons le tableau de variations de la fonction $f$ sur $[0; 20]$:

Nous avons le tableau de variations suivant:

| $x$ | 0 | | 2 | | 18 | | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | - | |
| $f(x)$ | $a$ | ↘ | $b$ | ↗ | $c$ | ↘ | $d$ |

, avec:

- $a = -500$
- $b = -604$
- $c = 1444$
- $d = 1340$.

Freemaths : Tous droits réservés

Ainsi: • $f$ est décroissante sur $[\,0\,;\,2\,]$

• $f$ est croissante sur $[\,2\,;\,18\,]$

• $f$ est décroissante sur $[\,18\,;\,20\,]$.

4. b. Y a-t-il un maximum sur $[\,0\,;\,20\,]$ ? Si oui, donnons ses coordonnées:

La fonction $f$ est croissante sur $[\,2\,;\,18\,]$ et décroissante sur $[\,18\,;\,20\,]$.

Elle présente donc un maximum quand: $x = 18$.

$f\,(18) = c = 1\,444$.

Ainsi, oui ! il y a un maximum et ses coordonnées sont: $x = 18$ et $y = 1\,444$.

Freemaths : Tous droits réservés