

# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

## Études de Fonctions

**Correction**

 [www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# DÉCROISSANTE ET CROISSANTE

## CORRECTION

### Partie A:

1. **a.** est la bonne réponse.

En effet, le coefficient directeur de la tangente  $T$  est négatif. Par conséquent les réponses  $c$  et  $d$  sont à éliminer.

De plus, la tangente passe par les points  $A$  et  $A'$  qui ont pour coordonnées respectives et approximatives:  $(-5; 1,4)$  et  $(0; -0,5)$ .

Dans ces conditions, le coefficient directeur " $a$ " est tel que:

$$a \approx \frac{y_{A'} - y_A}{x_{A'} - x_A} \Leftrightarrow a \approx \frac{-0,5 - 1,4}{0 - (-5)} \text{ cad: } a \approx 0,38.$$

Au total: comme  $-0,38$  est proche de  $-\frac{1}{3}$ , nous retiendrons la réponse **a**.

2. **d.** est la bonne réponse.

En effet, comme la courbe  $C_f$  semble toujours être au-dessus de ses tangentes sur l'intervalle  $[-5; 5]$ , la fonction  $f$  semble convexe sur  $[-5; 5]$ .

Ainsi: comme  $f$  semble convexe sur  $[-5; 5]$ , nous retiendrons la réponse **d**.

3. **b.** est la bonne réponse.

En effet, en comptant de manière très approximative le nombre de grands carreaux, il semble que:  $4 \leq I \leq 7$ .

D'où: la réponse **b**.

## Partie B:

1. a. Montrons que  $f'(x) = 0,2x e^{0,2x}$ :

Ici: •  $f(x) = (x - 5) e^{0,2x} + 5$        $(u \times e^v + 5)$

•  $Df = [-10; 5]$ .

D'après l'énoncé,  $f$  est dérivable sur  $[-10; 5]$ .

Ainsi, nous pouvons calculer  $f'$  pour tout  $x \in [-10; 5]$ .

Pour tout  $x \in [-10; 5]$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= (1) \times (e^{0,2x}) + (x - 5) \times (0,2 e^{0,2x}) + 0 && (u' \times e^v + u \times v' \times e^v + 0) \\ &= 0,2x e^{0,2x}. \end{aligned}$$

Au total, pour tout  $x \in [-10; 5]$ :  $f'(x) = 0,2x e^{0,2x}$ .

1. b. Dressons le tableau de variation de  $f$  sur  $[-10; 5]$ :

Nous allons distinguer 2 cas pour tout  $x \in [-10; 5]$ :

• 1<sup>er</sup> cas:  $f'(x) \leq 0$ .

$$f'(x) \leq 0 \text{ ssi } 0,2x \leq 0 \text{ cad ssi: } x \leq 0 \text{ ou } x \in [-10; 0].$$

(car pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $e^{0,2x} > 0$ )

• 2<sup>ème</sup> cas:  $f'(x) \geq 0$ .

$$f'(x) \geq 0 \text{ ssi } 0,2x \geq 0, \text{ cad ssi: } x \geq 0 \text{ ou } x \in [0; 5].$$

( car pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $e^{0,2x} > 0$  )

- Au total:**
- $f$  est décroissante sur  $[-10; 0]$ ,
  - $f$  est croissante sur  $[0; 5]$ .

Nous pouvons donc dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $[-10; 5]$ :

$x$	-10	0	5
$f'$	-	0	+
$f$	$a$	$b$	$c$

Diagramme du tableau de variation : une flèche descendante relie  $a$  à  $b$ , et une flèche ascendante relie  $b$  à  $c$ .

- Avec:
- $a = -15 e^{-2} + 5$ ,
  - $b = 0$ ,
  - $c = 5$ .

1. c. Déterminons la valeur exacte du coefficient directeur de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point  $A (-5; f(-5))$ :

La valeur exacte du coefficient directeur de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point  $A$  est:  $f'(-5)$ .

Or:  $f'(-5) = 0,2 \times (-5) \times e^{0,2 \times (-5)}$  cad:  $f'(-5) = -e^{-1}$ .

Ainsi, le coefficient directeur a pour valeur exacte:  $-e^{-1}$ .

2. a. Justifions que  $f''(x) = (0,2 + 0,04x) e^{0,2x}$ :

Nous savons que pour tout  $x \in [-10; 5]$ :  $f'(x) = 0,2x e^{0,2x}$ . (u x e^v)

Dans ces conditions, pour tout  $x \in [-10; 5]$ :

$$f''(x) = (0,2) \times (e^{0,2x}) + (0,2x) \times (0,2 e^{0,2x}) \quad (u' \times e^v + u \times v' \times e^v)$$

cad:  $f''(x) = (0,2 + 0,04x) \times e^{0,2x}$ .

Au total, pour tout  $x \in [-10; 5]$ , nous avons bien:  $f''(x) = (0,2 + 0,04x) \times e^{0,2x}$ .

## 2. b. Etudions la convexité de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-10; 5]$ :

D'après le cours: •  $f$  est concave sur un intervalle  $I$  ssi:

$$\text{pour tout } x \in I, f''(x) \leq 0.$$

•  $f$  est convexe sur un intervalle  $I'$  ssi:

$$\text{pour tout } x \in I', f''(x) \geq 0.$$

Or ici, pour tout  $x \in [-10; 5]$ :  $f''(x) = (0,2 + 0,04x) e^{0,2x}$ :

Dans ces conditions: •  $f''(x) \leq 0$  ssi:  $0,2 + 0,04x \leq 0$  cad:  $x \leq -5$ ,

•  $f''(x) \geq 0$  ssi:  $0,2 + 0,04x \geq 0$  cad:  $x \geq -5$ .

( car pour tout  $x \in \mathbb{R}, e^{0,2x} > 0$  )

Ainsi: •  $f$  est concave sur  $I = [-10; -5]$ ,

•  $f$  est convexe sur  $I' = [-5; 5]$ .