

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

(STI2D et STL)

Équations & Inéquations
Trigonométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, rappelons les formules de $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$:

D'après le cours, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

- $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$

- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$

- $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$

- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$.

2.a Résolvons dans \mathbb{R} , l'équation $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{2} = x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 2x + \frac{\pi}{2} = -x + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} 2x + \frac{\pi}{2} = x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 2x + \frac{\pi}{2} = -x + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 3x = \frac{-\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{-\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \mathbb{R}$, il y a une infinité de solutions qui sont:

$$\begin{aligned} &\bullet x = \frac{-5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}. \\ &\bullet x = \frac{-\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \end{aligned}$$

b. Résolvons dans \mathbb{R} , l'équation $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 2x = \pi + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right.$$

Comme $x \in \mathbb{R}$, il y a 2 solutions sur le cercle trigonométrique qui sont:

$$\bullet x = \frac{\pi}{2}$$

$$\bullet x = \frac{3\pi}{2}$$

c. Résolvons dans \mathbb{R} , l'équation $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos(2x)$:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos(2x) \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2x + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{2} - 2x + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2x + 2k\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{2} - 2x + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ 3x = \frac{\pi}{3} + \pi - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5\pi}{6} - 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \mathbb{R}$, il y a une infinité de solutions qui sont:

$$\begin{aligned} \bullet & x = \frac{-5\pi}{6} - 2k\pi \\ \bullet & x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \end{aligned}, k \in \mathbb{Z}.$$