1re Technologique Mathématiques

Suites Géométriques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

GÉOMÉTRIQUE OU PAS ?

CORRECTION

Les suites (U_n) sont-elles géométriques ?

D'après le cours, une suite (U_n) est géométrique ssi pour tout entier naturel n:

- $\dfrac{U_1}{U_0} = \dfrac{U_2}{U_1} = \dots = \dfrac{U_n}{U_{n-1}} = \dfrac{U_{n+1}}{U_n}$, avec $U_0 \neq 0$
- elle s'écrit sous la forme: $U_n = U_0 \times q^n$.

a. $U_n = 3 \times 7^n$:

Ici: $U_0 = 3$, $U_1 = 21$ et $U_2 = 147$.

Dans ces conditions:
- $\dfrac{U_1}{U_0} = 7$, $\dfrac{U_2}{U_1} = 7$ et donc: $\dfrac{U_1}{U_0} = \dfrac{U_2}{U_1} = 7$
- $U_n = U_0 \times q^n$ avec: $U_0 = 3$ et $q = 7$.

Au total: la suite (U_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 7$ et de premier terme $U_0 = 3$.

b. $U_n = 7 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^{(n-2)}$:

Ici: $U_0 = 63$, $U_1 = 21$ et $U_2 = 7$.

Dans ces conditions: • $\frac{U_1}{U_0} = \frac{1}{3}$, $\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3}$ et donc: $\frac{U_1}{U_0} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3}$

• $U_n = U_0 \times q^n$ avec: $U_0 = 63$ et $q = \frac{1}{3}$.

$\left(U_n = 63 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n \right)$

Au total: la suite (U_n) est bien une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$ et de premier terme $U_0 = 63$.

c. $U_n = 6^{(n+1)}$:

Ici: $U_0 = 6$, $U_1 = 36$ et $U_2 = 216$.

Dans ces conditions: • $\frac{U_1}{U_0} = 6$, $\frac{U_2}{U_1} = 6$ et donc: $\frac{U_1}{U_0} = \frac{U_2}{U_1} = 6$

• $U_n = U_0 \times q^n$ avec: $U_0 = 6$ et $q = 6$. $(U_n = 6 \times 6^n)$

Au total: la suite (U_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 6$ et de premier terme $U_0 = 6$.

d. $U_n = \frac{9}{4^{(n+1)}}$:

Ici: $U_0 = \frac{9}{4}$, $U_1 = \frac{9}{16}$ et $U_2 = \frac{9}{64}$.

Dans ces conditions: • $\frac{U_1}{U_0} = \frac{1}{4}$, $\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{4}$ et donc: $\frac{U_1}{U_0} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{4}$

• $U_n = U_0 \times q^n$ avec: $U_0 = \frac{9}{4}$ et $q = \frac{1}{4}$.

$$\left(U_n = \frac{9}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$$

Au total: la suite (U_n) est bien une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$ et de premier terme $U_0 = \frac{9}{4}$.

e. $U_n = (-2)^n$:

Ici: $U_0 = 1$, $U_1 = -2$ et $U_2 = 4$.

Dans ces conditions: • $\frac{U_1}{U_0} = -2$, $\frac{U_2}{U_1} = -2$ et donc: $\frac{U_1}{U_0} = \frac{U_2}{U_1} = -2$

• $U_n = U_0 \times q^n$ avec: $U_0 = 1$ et $q = -2$. $(U_n = 1 \times (-2)^n)$

Au total: la suite (U_n) est bien une suite géométrique de raison $q = -2$ et de premier terme $U_0 = 1$.

f. $7\ U_{n+1} = 6\ U_n$ et $U_0 \neq 0$:

Préalablement nous pouvons écrire: $7\ U_{n+1} = 6\ U_n \iff U_{n+1} = \frac{6}{7}\ U_n$.

Dans ces conditions: • $\frac{U_1}{U_0} = \frac{6}{7}$, $\frac{U_2}{U_1} = \frac{6}{7}$ et donc: $\frac{U_1}{U_0} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{6}{7}$

• $U_n = U_0 \times q^n$ avec: $U_0 \neq 0$ et $q = \frac{6}{7}$.

$$\left(U_n = U_0 \times \left(\frac{6}{7}\right)^n\right)$$

Au total: la suite (U_n) est bien une suite géométrique de raison $q = \frac{6}{7}$ et de premier terme $U_0 \neq 0$.

g. $U_n = 7 \cdot \frac{3^{(n+1)}}{2^n}$:

Ici: $U_0 = 21$, $U_1 = 31,5$ et $U_2 = 47,25$.

Dans ces conditions: • $\frac{U_1}{U_0} = 1,5$, $\frac{U_2}{U_1} = 1,5$ et donc: $\frac{U_1}{U_0} = \frac{U_2}{U_1} = 1,5$

• $U_n = U_0 \times q^n$ avec: $U_0 = 21$ et $q = \frac{3}{2} = 1,5$.

$$\left(U_n = 21 \times \left(\frac{3}{2}\right)^n \right)$$

Au total: **la suite (U_n) est bien une suite géométrique de raison $q = \frac{3}{2}$ et de premier terme $U_0 = 21$.**