

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

Suites Arithmétiques



MINI COURS

A. Définition d'une suite arithmétique :

Soit U_0 un nombre réel. Une suite (U_n) de premier terme U_0 est arithmétique s'il existe un nombre réel r tel que, pour tout entier naturel n :

$$U_{n+1} = U_n + r.$$

Le nombre réel r est appelé **raison de la suite** (U_n) .

B. Propriétés des suites arithmétiques :

- (U_n) est la suite arithmétique de premier terme U_0 et de raison r ssi pour tout entier naturel n : $U_n = U_0 + n r$.
- Une suite (U_n) est arithmétique ssi pour tout entier naturel n , $U_{n+1} - U_n$ est indépendant de n : $U_{n+1} - U_n = c$, c étant une constante.
- Soit une suite (U_n) arithmétique de raison r , alors pour tous entiers naturels n et p : $U_n - U_p = (n - p) r$ ou $U_n = U_p + (n - p) r$.
- Soit une suite (U_n) arithmétique de raison r , alors pour tout entier naturel n :
 - $U_n = U_0 + n r$
 - $U_n = U_1 + (n - 1) r$
 - $U_n = U_2 + (n - 2) r$
 - $U_n = U_3 + (n - 3) r$ etc ...

C. Calcul de $1 + 2 + 3 + \dots + n$:

1. Formule :

Pour tout entier naturel n non nul : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

2. Application 1 :

Soit la suite arithmétique (U_n) de raison r et de premier terme U_0 , et n un entier naturel non nul : $U_0 + U_1 + \dots + U_n = (n+1) \times \left[\frac{U_0 + U_n}{2} \right]$.

3. Application 2 :

Soit la suite arithmétique (U_n) de raison r , alors pour tous entiers naturels

n et p : $U_p + U_{p+1} + \dots + U_n = \frac{(n-p+1) \times (U_p + U_n)}{2}$.

D. Sens de variation d'une suite arithmétique :

Soit la suite arithmétique (U_n) définie sur \mathbb{N} et de raison r , nous avons :

$r > 0$	(U_n) est croissante sur \mathbb{N}	$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$	Divergente
$r < 0$	(U_n) est décroissante sur \mathbb{N}	$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$	Divergente
$r = 0$	(U_n) est constante sur \mathbb{N} $(U_n = c, c \in \mathbb{R})$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = c$	Convergente