

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

Suites, Exercices de Synthèse



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Calculons U_1 et U_2 :

Il s'agit de calculer U_1 et U_2 .

- $U_1 = 0,8 U_0 + 18 \iff U_1 = 0,8 \times 65 + 18 \Rightarrow U_1 = 70.$
- $U_2 = 0,8 U_1 + 18 \iff U_2 = 0,8 \times 70 + 18 \Rightarrow U_2 = 74.$

Ainsi, les valeurs respectives de U_1 et U_2 sont: $U_1 = 70$ et $U_2 = 74$.

2. a. Montrons que (V_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme V_0 que l'on précisera:

$$V_n = U_n - 90 \iff V_{n+1} = U_{n+1} - 90$$

$$\iff V_{n+1} = (0,8 U_n + 18) - 90 \quad (1).$$

Or: $V_0 = U_0 - 90 \Rightarrow V_0 = 65 - 90 = -25$ et $U_n = V_n + 90$.

Ainsi: $(1) \iff V_{n+1} = (0,8 [V_n + 90] + 18) - 90$

$$\Rightarrow V_{n+1} = 0,8 V_n.$$

Par conséquent, (V_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 0,8$ et de premier terme $V_0 = -25$.

2. b. Démontrons que, pour tout entier naturel n , $U_n = 90 - 25 \times 0,8^n$:

Nous savons que: $* V_n = -25 \times (0,8)^n$ (d'après le cours)

$$* U_n = V_n + 90.$$

D'où: $U_n = -25 \times (0,8)^n + 90$ ou: $U_n = 90 - 25 \times (0,8)^n$.

3. a. Recopions et complétons l'algorithme pour atteindre l'objectif demandé:

L'algorithme recopié et complété est le suivant:

```

u ← 65
n ← 0
Tant que u < 85
    | n ← n + 1
    | u ← 0,8 x u + 18
Fin Tant que
  
```

3. b. Déterminons la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme:

Pour répondre à cette question, nous allons dresser un tableau:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
U_n	65	70	74	77,2	79,8	81,8	83,4	84,8	85,8

Nous nous arrêtons quand $n = 8$ car c'est à partir de cette valeur entière-là que $U_n \geq 85$.