

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

Suites, Exercices de Synthèse



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

NOMBRE D'ADHÉRENTS

CORRECTION

Partie A:

1. Déterminons une estimation du nombre d'adhérents au 1^{er} mars 2017:

Il s'agit de calculer U_2 .

$$U_2 = (1 - 25\%) U_1 + 12.$$

$$\begin{aligned} \text{Or: } U_1 &= (1 - 25\%) U_0 + 12 \iff U_1 = 0,75 \times 900 + 12 \\ &\Rightarrow U_1 = 687 \text{ adhérents.} \end{aligned}$$

$$\text{Dans ces conditions: } U_2 = 0,75 \times 687 + 12 \Rightarrow U_2 \approx 527 \text{ adhérents.}$$

Ainsi, le nombre d'adhérents de l'association à la date du 1^{er} mars 2017 est de:

527.

2. a. Montrons que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,75:

$$V_n = U_n - 48 \iff V_{n+1} = U_{n+1} - 48$$

$$\iff V_{n+1} = (0,75 U_n + 12) - 48 \quad (1).$$

$$\text{Or: } V_0 = U_0 - 48 \Rightarrow V_0 = 852 \text{ et } U_n = V_n + 48.$$

$$\text{Ainsi: } (1) \iff V_{n+1} = (0,75 [V_n + 48] + 12) - 48$$

$$\Rightarrow V_{n+1} = 0,75 V_n.$$

Par conséquent, (V_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 0,75$ et de premier terme $V_0 = 852$.

2. b. Précisons V_0 et exprimons V_n en fonction de n :

D'après la question précédente: $V_0 = 852$ adhérents.

Comme $V_{n+1} = 0,75 V_n$, d'après le cours nous pouvons affirmer que:

$$V_n = V_0 \times (0,75)^n, \text{ avec: } V_0 = 852.$$

2. c. Déduisons-en que, pour tout entier naturel n , $U_n = 852 \times 0,75^n + 48$:

Nous savons que: * $V_n = 852 \times (0,75)^n$

$$* U_n = V_n + 48.$$

D'où: $U_n = 852 \times 0,75^n + 48$.

Partie B:

1. Recopions et complétons l'algorithme de façon qu'il affiche le montant total des cotisations de 2017:

L'algorithme complété est le suivant:

| | |
|-------------|--|
| Traitement: | Pour N allant de 1 à 12: |
| | Affecter à S la valeur $S + U \times 10$ |
| | Affecter à U la valeur $0,75 U + 12$ |
| | Fin pour |
| Sortie: | S |

2. Déterminons la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017:

Soit S , la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017.

$$S = (U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{10} + U_{11}) \times 10 \text{ €}.$$

$$\text{Or: } U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{10} + U_{11} = 852 (1 + 0,75 + (0,75)^2 + \dots + (0,75)^{10} + (0,75)^{11}) + 12 \times 48.$$

$$\begin{aligned} \text{Et, d'après le cours: } & (1 + 0,75 + (0,75)^2 + \dots + (0,75)^{10} + (0,75)^{11}) \\ &= \frac{1 - (0,75)^{12}}{1 - 0,75}. \end{aligned}$$

$$\text{Dans ces conditions: } S = \left(852 \left[\frac{1 - (0,75)^{12}}{0,25} \right] + 12 \times 48 \right) \times 10$$

$$\Rightarrow S = 38760,47 \text{ €}.$$

En conclusion, la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017 est de: 38760,47 €.