1re Technologique Mathématiques

Probabilités & Tableaux

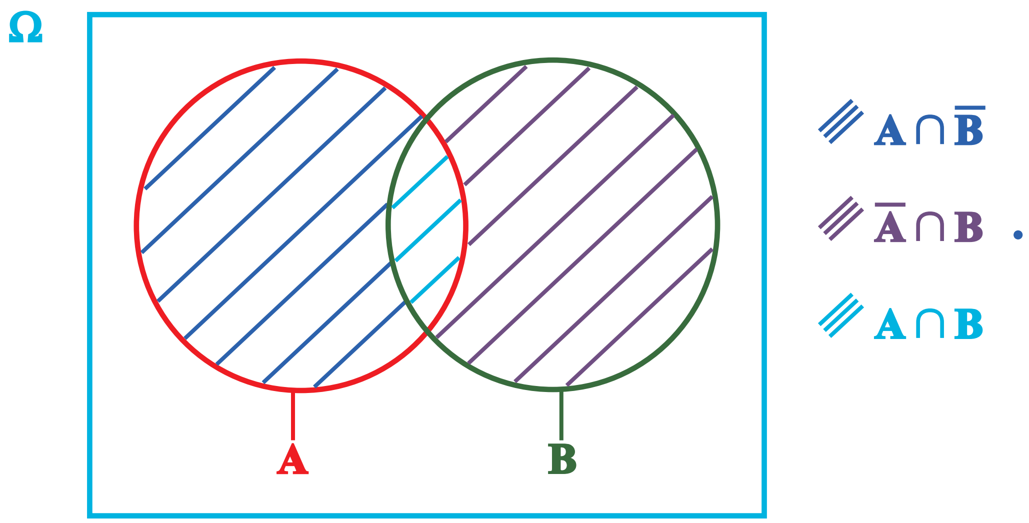
MINI COURS

A. Définition :

Un tableau à double entrée ou tableau croisé d'effectifs permet une présentation claire de certaines expériences aléatoires.

B. Exemple théorique :

Soient A et B deux événements d'un univers Ω, avec $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$:



Dans ce cas, le tableau à double entrée ou tableau croisé d'effectifs est :

	B	$\overline{B}$	Total
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \overline{B})$	$P(A)$
$\overline{A}$	$P(\overline{A} \cap B)$	$P(\overline{A} \cap \overline{B})$	$P(\overline{A})$
Total	$P(B)$	$P(\overline{B})$	1

C. Propriétés, probabilités conditionnelles et indépendances :

Soit A, B, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ des événements d'un univers Ω, avec :

$P(A) \neq 0$, $P(B) \neq 0$, $P(\overline{A}) \neq 0$ et $P(\overline{B}) \neq 0$.

1. Propriétés :

- $P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) = P(A)$.
- $P(\overline{A} \cap B) + P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A})$.
- $P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = P(B)$.
- $P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{B})$.
- $P(A) + P(\overline{A}) = 1$.
- $P(B) + P(\overline{B}) = 1$.
- D'une manière générale : $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$.

2. Probabilités conditionnelles :

- $P(A \cap B) = P_B(A) \times P(B)$.
- $P(A \cap \overline{B}) = P_{\overline{B}}(A) \times P(\overline{B})$.
- $P(\overline{A} \cap B) = P_B(\overline{A}) \times P(B)$.
- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P_{\overline{B}}(\overline{A}) \times P(\overline{B})$.

3. Indépendance :

- Les événements A et B sont indépendants ssi : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

- **Les événements $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants ssi :** $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) \times P(\overline{B})$.
- **Les événements A et $\overline{B}$ sont indépendants ssi :** $P(A \cap \overline{B}) = P(A) \times P(\overline{B})$.
- **Les événements $\overline{A}$ et B sont indépendants ssi :** $P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A}) \times P(B)$.

D. Un exemple pratique :

ÉNONCÉ

Dans une classe de première, 48% des élèves sont des filles (F).

30% des filles ont un smartphone Apple (A) et 45% des garçons ont un smartphone Samsung.

On suppose qu'il existe uniquement deux marques sur le marché : Apple et Samsung.

Dresser un tableau croisé ou tableau à double entrée.

CORRECTION

Dressons un tableau croisé ou tableau à double entrée :

D'après l'énoncé, nous avons :

- L'événement F = "l'élève de 1^{re} est une fille".
- L'événement $\overline{F}$ = "l'élève de 1^{re} est un garçon".

- L'événement $A =$ "l'élève possède un smartphone Apple".
- L'événement $\overline{A} =$ "l'élève possède un smartphone Samsung".

- $P(F) = 48\%$
- $P(\overline{F}) = 1 - 48\% = 52\%$.

- $P_F(A) = 30\%$
- $P_F(\overline{A}) = 1 - 30\% = 70\%$.

- $P_{\overline{F}}(\overline{A}) = 45\%$
- $P_{\overline{F}}(A) = 1 - 45\% = 55\%$.

- $P(F \cap A) = P_F(A) \times P(F) = 14,4\%$
- $P(\overline{F} \cap A) = P_{\overline{F}}(A) \times P(\overline{F}) = 28,6\%$
- $P(F \cap \overline{A}) = P_F(\overline{A}) \times P(F) = 33,6\%$
- $P(\overline{F} \cap \overline{A}) = P_{\overline{F}}(\overline{A}) \times P(\overline{F}) = 23,4\%$.

D'où le tableau demandé:

	F	$\overline{F}$	Total
A	14,4%	28,6%	43%
$\overline{A}$	33,6%	23,4%	57%
Total	48%	52%	1