

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

Arbres de Probabilités



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LE VIRUS

ÉNONCÉ

On étudie un modèle de propagation d'un virus dans une population, semaine après semaine.

Chaque individu de la population peut être, à l'exclusion de toute autre possibilité:

- soit susceptible d'être atteint par le virus, on dira qu'il est " de type S ";
- soit malade (atteint par le virus);
- soit immunisé (ne peut plus être atteint par le virus).

Un individu est immunisé lorsqu'il a été vacciné, ou lorsqu'il a guéri après avoir été atteint par le virus.

Pour tout entier naturel n , le modèle de propagation du virus est défini par les règles suivantes:

- Parmi les individus de type S en semaine n , on observe qu'en semaine $n + 1$:
85% restent de type S, 5% deviennent malades et 10% deviennent immunisés;
- Parmi les individus malades en semaine n , on observe qu'en semaine $n + 1$:
65% restent malades, et 35% sont guéris et deviennent immunisés;
- Tout individu immunisé en semaine n reste immunisé en semaine $n + 1$.

On choisit au hasard un individu dans la population. On considère les événements suivants:

S_n : " l'individu est de type S en semaine n ";

M_n : " l'individu est malade en semaine n ";

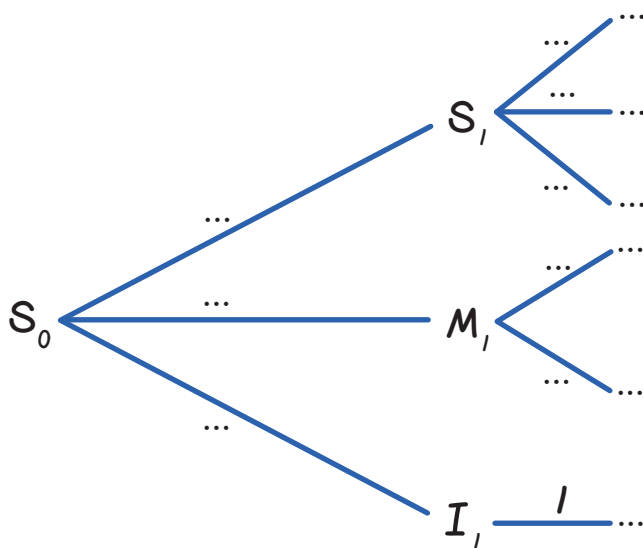
I_n : " l'individu est immunisé en semaine n ".

En semaine 0, tous les individus sont considérés " de type S ", on a donc les probabilités suivantes:

$$P(S_0) = 1, P(M_0) = 0 \text{ et } P(I_0) = 0.$$

On étudie l'évolution de l'épidémie au cours des semaines 1 et 2.

1. Reproduire sur la copie et compléter l'arbre de probabilités donné ci-dessous:



2. Montrer que $P(I_2) = 0,2025$.

3. Sachant qu'un individu est immunisé en semaine 2, quelle est la probabilité, arrondie au millième, qu'il ait été malade en semaine 1 ?